

從巨石陣、曼哈頓到高雄

漫談日月東起西落

金升光

英格蘭的巨石陣（Stonehenge）是著名的世界文化遺產，大約在距今 5000 年甚至更早之前就有人類活動的跡象。缺乏文字的記錄，現代人只能透過考古學的證據來推測史前新石器時代當地社群的生活方式和信仰。幾十塊一兩層樓高最大重達數十噸的巨石矗立在幾乎一望無際的平原上，建築的軸線毫無疑問的凸顯當地夏至日出（或冬至日落）的方向。任他數千年來江山易主，宗廟傾頹，人去樓空，殘存巨石的光影每年依舊在特定的時分默默開啓新的一年。

日換星移，許多 21 世紀的新新人類長時間身陷在比巨石陣還要高數十倍的水泥叢林裡，非到特定時刻不見天日。美國紐約曼哈頓街道就擁有這樣的天際線。年少時期曾經親身造訪巨石陣，紐約自然歷史博物館天文學家泰森（Neil deGrasse Tyson）分析曼哈頓街道的走向和日出日落的方位角，計算每年兩次日出（或日落）正對著曼哈頓大街，創造了「Manhattanhenge」一詞，通常翻譯成「曼哈頓懸日」。每天最稀鬆平常的事莫過於旭日東升、夕陽西沉；只要天候許可，結伴或獨自欣賞這大自然片刻的美景仍是美事一樁。在人手一機的忙碌社會裡，每年有這麼幾天可以碰個運氣，趁下班後路過街頭，暫停腳步，抬頭看看那不屬於人類的世界，沉浸在天一地一人相連一線的瞬間。

不論是出於自發的在地認同、社群媒體推波助瀾、觀光行銷策略或其他，不少大都會、街道、甚至學校長廊也紛紛開始找尋屬於自己的軸線。本地官方選擇特定的日子在高雄市的青年路封街，讓民眾能在大街當中的最佳位置以安心拍攝媲美曼哈頓懸日的「高雄懸日」。除了查表和星空程式模擬，在北半球隆冬將至的年尾，讓我們透過簡單的坐標系統和天體運行來稍微深入的了解地球的自轉、公轉以及月球繞地球的運動，或許也能夠探討下述的問題：

「什麼樣的街道走向才能夠看到懸日？」

「透過凸出地平線的建築或山峰也有機會和日月連成一線嗎？」

「月亮的出沒是否也遵循類似的簡單周期和原理？」

「史前人類看到的天空也和我們看到的相同嗎？」

天球坐標與太陽

星星的距離遙遠，彷彿都在一個無限延伸的球面上，稱為天球。觀察者位於球心，從天球內部來觀測天體的運行。要標定球面上的一點需要兩個不同方向的坐標，不同的天球坐標系（celestial coordinate system）適用於不同場合，可以互相轉換。地平坐標（horizontal coordinates）由方位角（azimuth angle）和仰角（elevation angle）組成。觀察者頭頂正上方稱為天頂（zenith）。方位角以正北方為 0 度基準，正東方 90 度，正南方 180 度，正西方 270 度。仰角也稱高度角，由觀察者所在地的水平面為 0 度起算，天頂為 90 度。如果忽略地球在一天之內繞太陽的公轉運動（約 1 度）、太陽盤面直徑（約 0.5 度）、大氣折射等次要因素，每年春分和秋分，太陽從正東方升起，正西方隱沒，所以日出的方位角是 90 度，日落的方位角是 270 度。

赤道坐標（equatorial coordinates）類似地球的經緯度，和地球的自轉關係密切，由赤經（right ascension，簡寫 R. A.）和赤緯（declination，簡寫 Dec.）組成，也常用希臘字母 α 和 δ 表示。赤道坐標的軸心南北方向和地球自轉軸的南北方向相同，地球赤道面延伸與天球相交就是天球的赤道，自轉軸和天球相交就是天球的南北極。赤緯和地球緯度相似，南北各 90 度，赤道為 0 度，天球北極 90 度，但是天球赤道以南用負值，所以天球南極是-90 度。赤經以小時（hour）為單位，一圈 360 度分成 24 小時，1 小時再分成 60 分（minute），1 分為 60 秒（second），通常用簡寫 h、m、s 表示。有時為了計算方便，也直接使用 0 度到 360 度的寫法，和地球經度分成東西各 180 度稍有不同。赤經的 0 度（0 h）以春分點為基準，也就是太陽由南往北通過赤道的那一刻所在的位置。赤經坐標往東方遞增。通過天球北極和觀測者天頂可以畫出一條天球上的大圓，稱為子午線（meridian）。當日月星辰隨著地球自轉而通過觀測者的子午線時稱為中天（transit）。中天時的仰角最高，比較不會受到地平線附近的大氣或光害干擾。當赤經坐標 0 h、1 h、2 h... 依序過中天，天球就像是一座天上的大時鐘，只不過天球上轉動的是時鐘的刻度（赤經坐標）而不是指針（子午線）。

當天球北極和春分點都確定，恆星或其他遙遠天體就有一組固定的赤道坐標。但是，由於地球也繞著太陽公轉，從位在地球的觀察者來看，太陽相對於背景遙遠的恆星每年都會繞行天球一圈。太陽在天球上運行的軌跡就是黃道（ecliptic），也可以說是地球繞太陽公轉軌道平面和天球相交的大圓線。黃道以地球中心為參考，地球表面的觀察者需要一點小小的修正。粗略的說，太陽每個月經過黃道上不同的星座，這就是占星學裡黃道 12 宮的由來。黃道大致上變動不大，太陽雖然沒有固定的赤道坐標，但也不會突然移動到譬如獵戶座或北斗七星附近。給定春分點和黃道的北極可以定義黃道坐標，通常用於太陽系的研究。此外像是銀河坐標廣泛用於星系和宇宙學的研究，也是常見的坐標系。

太陽的方位解析

地球自轉軸和公轉軌道平面法線方向的夾角也就是黃道和赤道的交角，這傾斜角決定了太陽在北半球夏至時在天球上最靠近天球北極的角度、南北迴歸線的緯度、還有可能發生永晝永夜的分界。黃赤交角（obliquity）通常用希臘字母 ϵ 表示，大約是 23.5 度，也就是圖一中天球北極的仰角（藍色箭頭指向觀測者的天球北極方向）。圖一（a）（b）（c）分別顯示英格蘭巨石陣（北緯 51.18 度）、曼哈頓（北緯 40.73 度）、高雄青年路（北緯 22.63 度）夏至（黃色粗線）、冬至（紅色粗線）、春分及秋分（橘色粗線）時的日出日落概況（忽略地球當天繞太陽公轉的運動）。由於黃赤交角不等於零，假若北半球的觀察者在北緯 L 度，春分或秋分太陽從正東方升起，太陽的最大仰角約是 $(90^\circ - L)$ ，相當於圖一當中橘色粗線和子午線的交點，除非位在地球赤道上，否則不會經過天頂。從赤道坐標看就更清楚：橘色粗線其實就是天球赤道，藍色箭頭就是地球的自轉軸，春分或秋分太陽剛好在天球赤道上；黃色與紅色粗線其實是赤緯 ± 23.5 度的小圓，和橘色粗線都代表周日運動（diurnal motion）。周日運動並不是天體本身的運動，而是來自於地球自轉，所以移動軌跡和天球赤道平行。另一方面，比較高緯度地區黃色與紅色粗線的相對長度，相當於兩者所對應的赤經差距（稱為時角，hour angle），不難理解當地晝夜長短差異下的生活型態和低緯度的高雄很不一樣！

中央氣象局和台北市立天文科學教育館都提供全台各主要地區日出日沒的時間和方位。時間快慢會受到地球公轉橢圓形軌道等因素的影響，問題比較複雜。讀者可以參閱《科學月刊》480 期〈行星橢圓軌道的古今對話〉（2009 年 12 月）一文的介紹。不計運動的快慢變化和距離的遠近，可以利用球面三角或簡單的坐標幾何來估計夏至和冬至太陽出沒的方位角。先考慮太陽盤面的中心，假設觀察者所在地緯度 L ，黃赤交角 ϵ ，忽略地球半徑和大氣折射等細節，日出方位角和正東方的夾角（或日沒方位角和正西方的夾角）可以表示成

$$\Delta\theta = \pm \sin^{-1} \left(\frac{\sin \epsilon}{\cos L} \right)$$

當緯度高過北極圈（ $\cos L < \sin \epsilon$ ）意味著夏至或冬至的永晝或永夜。代入圖一三地不同的緯度，得出巨石陣是 39.5 度，曼哈頓 31.7 度，青年路 25.6 度。以東西方向為軸線起算，北半球街道如果偏北超過這角度就看不到夏至的日出或日落；但是如果偏向南方角度超過不遠，還是有機會在比地平線稍微高一點的仰角觀測到類似的「懸日」現象。想想看，到了北極圈內只要太陽不下山，隨便哪一個方向的街道都有機會正對著太陽啊！有時考量畫面的美感，也未必需要太陽恰好在平面。實際上計算日出日沒通常以太陽盤面上緣與地平線接觸為準，盤面中心在地平線下方，由於大氣折射，太陽的位置還可以更低一些，細節修正就不贅述。

月球的方位及其他

從周日運動和赤道坐標的概念不難看出，日月星辰的赤緯坐標幾乎決定了它們在天球上相對於觀測者的運動軌跡，因為絕大部份來自於地球自轉，能在幾小時內劃過大半天空的畢竟不多。觀察遠離地平線的建築物或高山，不妨嘗試標定視線方向的赤緯坐標，再查表分析目標天體的位置。月球的運動遠比地球繞太陽更複雜，變化周期也更短。然而，除了訴諸查表和模擬，我們還是可以概略掌握月球赤緯的變動情形。圖二顯示了某特定時刻月球繞地球（或兩者共同質心）的軌道平面和黃道面、赤道面以及月球自轉軸之間的關係。月球的自轉和月球的方位無關，暫時先不討論。月球繞地球的公轉平面和黃道約有 5.145° 度的交角。從圖二來看，月球的赤緯應該可以在 $\pm(\epsilon + 5.145^\circ)$ 也就是約 $\pm 28.6^\circ$ 度之間變化，周期只有一個月。把前述公式中的黃赤交角 ϵ 用 $(\epsilon + 5.145^\circ)$ 取代可以估計月出月沒和東西方向的最大偏角 $\Delta\theta$ 。顯然在某些時段，月出月沒的方位角可以比夏至或冬至的日出日沒更為偏北或偏南。

不過，圖二只顯示了月球赤緯極大（極北或極南）的情形。自古以來，日食與月食向來是觀測的焦點，如果月球繞地球的公轉平面和黃道面相同，每個月的朔望都會發生日食與月食。產生日食或月食的首要條件之一是月球必須運行到月球軌道和黃道面的交點附近。觀測顯示，這個交點會沿著黃道逆行，也就是說，和地球繞太陽方向相反，大約每 18.6 年（6798 天）繞一圈。圖三是利用美國噴射推進實驗室（JPL）發展的星曆程式 DE406，求出從 2010 到 2028 年間，相對於地月系統質心的月球方位和速度，計算月球運動瞬間軌道平面的垂直方向，再換算成赤經赤緯坐標。（JPL 目前最新版本的星曆程式應該是 DE430，不過和本文所需的計算結果相差無幾。）圖三可以看出，月球公轉的平面方向（極點）以 18.6 年左右的周期變化。公轉軌道平面和圖中標示的極點相差 90° 度角，在通過極點的赤經線上從極點兩側往赤道方向各延伸 90° 度就可以得到公轉軌道赤緯的極北和極南。在 2015 年 10 月，月球的赤緯變化只有 $\pm 18.3^\circ (= \epsilon - 5.145^\circ)$ 左右，半個周期後的 2025 年又會出現赤緯 $\pm 28.6^\circ$ 度的變化，稱為月球的停變期（standstill）。前者稱最小停變期 minor standstill，後者稱最大停變期 major standstill，但是從赤緯最北繞到最南都只要半個月的工夫。如果街道走向偏北的程度接近最大停變期的極限，可能要等到 18 年後才有下次懸月的機會；同一條曼哈頓大街（朝向西方偏北 29° ）在最小停變期也看不到月沒的一刻。至於月亮的圓缺則又是另一個問題了。

圖三除了 18.6 年的周期，月球繞地球的公轉平面和黃道夾角每半年還有約 0.3° 度的變化。地球的自轉軸也有類似的運動。天球北極或春分點的方向大約每 25,800 年會繞一圈；黃赤交角在 41,000 年左右的周期內也有約正負 1° 數量級的較小振幅。5000 年前的黃赤交角 ϵ 約 24° ；黃道相對於背景恆星倒是沒有太

大的變化；天球北極方向改變較大，繞著黃道北極轉了將近五分之一圈。黃道雖然相對較穩定，但是從行星質量最大的木星或是整個太陽系的觀點來看，有時並不是最佳的參考坐標。火星的自轉周期及轉軸傾斜角和地球相去不遠。但是，1993年曾有研究顯示，火星沒有像月球這樣的大型衛星環繞很可能導致火星自轉軸傾斜角（或者說火星的黃赤交角）在百萬年的時間尺度下產生不規則的劇烈變化。混沌的四季氣候或許也是火星不適合生命發展的原因之一。

延伸閱讀

1. Lionel Sims, “The ‘Solarization’ of the Moon: Manipulated Knowledge at Stonehenge”, *Cambridge Archaeological Journal* 16:2, 191–207 (2006)
2. Neil deGrasse Tyson, “Manhattanhenge”,
<https://www.amnh.org/our-research/hayden-planetarium/resources/manhattanhenge>
3. Alejandro Jenkins, “The Sun’s position in the sky”, *Eur. J. Phys.* 34, 633–652 (2013)