

氣象資料同化期末考題

2002.1.17

1. 化簡下面的表達式，最後寫成矩陣形式：(20%)

(a) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{Ax})$ ， \mathbf{A} 和 \mathbf{x} 分別為 $N \times N$ 和 $N \times 1$ 矩陣。

(b) $\frac{\partial}{\partial \mathbf{A}}(\mathbf{x}^* \mathbf{A}^* \mathbf{Ax})$ ， \mathbf{A} 和 \mathbf{x} 分別為 $N \times N$ 和 $N \times 1$ 矩陣。

2. 試以簡短而清晰的文字（約 100 字）解釋 Kalman 濾波器，不要列出公式或繪出任何圖。(20%)

3. 簡答：(20%)

(a) 何謂極小方差估計值？

(b) 在何種情況下極大似然估計值（maximum likelihood estimate）才會和極小方差估計值一樣？

4. 考慮下面的代價函數：(20%)

$$J = \frac{1}{2} \int_{\theta} \int_{\Omega} (\eta_t + u_1 \eta_1 + u_2 \eta_2 + u_3 \eta_3)^2 d\tau dt$$

其中 $d\tau$ 為體積元， Ω 為求解域， η_t ， η_1 ， η_2 ， η_3 為時間和空間的已知函數， u_1 ， u_2 ， u_3 為未知數，即這個問題的控制變數。現在令代價函數取極小值，試就下面四種情況列出 u_1 ， u_2 ， u_3 的聯立方程：

(a) u_1 ， u_2 ， u_3 只是空間的函數。

(b) u_1 ， u_2 ， u_3 是時間、空間的函數。

(c) u_1 ， u_2 ， u_3 只是時間的函數。

(d) u_1 ， u_2 ， u_3 和時間、空間無關。

5.4 試述 GPS 臨邊探測（limb sounding）如何達到高垂直分辨率（vertical resolution）、高水平分辨率（horizontal resolution）和高時間分辨率（time resolution）的目標。(20%)