

氣象資料同化期末考

2006.6.21 下午

1. 系集變換 Kalman 濾波器
 - (a)ETKF (系集變換 Kalman 濾波器) 和一般的 EKF (系集 Kalman 濾波器) 有何不同? ETKF 的模式變數是什麼, 樣本 (系集的成員)? 樣本對平均數的偏差? 平均數? 協方差矩陣的平方根?
 - (b)ETKF 最主要的內容或目的是什麼?
 - (c)在進行 ETKF 時, 如何處理觀測值? 一般系集 Kalman 濾波器都要用觀測值的樣本, 使用 ETKF 時需要做觀測值的樣本嗎?
 - (d)ETKF 如何做時間更新和觀測更新?
2. 奇異向量穩定性分析
 - (a)矩陣 \mathbf{A} 的 singular vector 是什麼? singular value 是什麼?
 - (b)在進行 singular vector 穩定性分析時, 需做幾次向前和向後積分? 對什麼變數做向前積分? 對什麼變數做向後積分?
 - (c)和四維資料同化、敏感性分析相比, 奇異向量穩定性分析有什麼特點?
 - (d)在進行 singular vector 穩定性分析時為何要對基本場進行積分?
 - (e)singular vector 穩定性分析是預報問題、邊界值問題、初邊值問題還是特徵值問題?
3. 敏感性分析
 - (a)敏感性分析的反應函數有幾種, 試舉出 3 個例子。
 - (b)敏感性分析需要做幾次向前積分或向後積分? 對什麼變數做向前積分, 對什麼變數做向後積分? 為何需做向前積分?
 - (c)敏感性分析和四維資料同化 (舉例說目標函數、執行過程等等) 有什麼差異?
4. 考慮下面的平流擴散方程:

$$u_t + cu_x = \kappa u_{xx}, \quad x_1 < x < x_2, \quad 0 < t < \theta$$

其中 c 和 $\kappa > 0$ 分別為已知且固定的平流速度和擴散係數。現在希望決定一個最佳的初始值 $u(x, 0)$ ，使得終端時間的 $u(x, \theta)$ 值和某一已知值 $r(x)$ 的平方和取極小值，此時目標函數可設為

$$J = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} [u(x, \theta) - r(x)]^2 dx$$

(a) 試導出伴隨方程及其終端和邊界條件，邊界條件分為 Dirichlet 型、Neuman 型和混合型分別討論。(b) 試導出目標函數關於初始值梯度。(c) 寫出以梯度下降法求解的步驟。