

大氣動力學題庫(1)

曾忠一, 2000 年 8 月 1 日

1. 氣壓坐標.

- (a)為何氣壓可當做垂直坐標?
- (b)試將氣壓梯度力 $(-\nabla p / r)$ 改用氣壓坐標表示, 並寫出導出過程.
- (c)這種坐標有何優缺點?

1. 導言.

- (a)科氏力是什麼? 它對大氣運動有何影響?
- (b)何謂黏滯力?
- (c)試說明分子摩擦力和風速垂直分布的關係.

1. 垂直坐標.

- (a)試證下式成立:

$$-(1/r)dp = -q dp$$

其中 r, p, q 分別表示密度、氣壓和位溫. p 為 Exner 函數, 即

$$p = c_p (p/p_0)^{R/c_p}$$

上式中 c_p, R 分別為定壓比熱和空氣的氣體常數.

- (b)試證在流體靜力近似下, 對任何垂直坐標 s 來說, 氣壓梯度力可寫為

$$-(1/r)\nabla_s p - g\nabla_s z = -q\nabla_s p - g\nabla_s z$$

- (c)試寫出等密度坐標和等位溫坐標上的氣壓梯度力.

2. 流體靜力方程.

- (a)試述地面氣壓的物理意義.
- (b)試述地面高壓和低壓系統形成的原因.
- (c)試說明流體靜力平衡的物理意義及其應用.

2. 尺度分析.

- (a)何謂 Rossby 數? 對中緯度綜觀尺度運動來說, 其值多少?
- (b)試針對中緯度綜觀尺度運動, 將高度坐標上的水平動量方程進行尺度分析, 並詳細討論結果.
- (c)試對熱力學方程進行尺度分析, 並討論結果.

2. 基本方程的近似.

- (a)何謂地轉近似和準地轉近似?
- (b)試解釋 Boussinesq 近似的意義.
- (c)何謂長波近似(long-wave approximation)?
- (d)何謂慣用近似(traditional approximation)?

2. 等遞減率大氣.

- (a)對一滿足流體靜力平衡的等遞減率大氣(即垂直降溫率 Γ 為常數)來說, 試證氣壓垂直分布為

$$p = p_0(1 - \Gamma z / T_0)^{g/R\Gamma}$$

其中 p, T 分別表示氣壓和溫度, 下標 0 表示高度 $z = 0$ 時的值, g 和 R 分別表示重力加速度和空氣的氣體常數.

- (b)這種大氣的厚度有多少?
- (c)這種大氣的密度垂直分布如何?
- (d)在這種大氣的上界, 密度和溫度分別是多少?
- (e)試由上面得到的結果寫出等位溫大氣中相應的值.

2. 等密度流體、不可壓縮流體、Boussinesq 流體和非彈性(anelastic)流體這四個名詞有何差異? 它們若用在大氣運動上有何局限性?

2. 連續方程.

- (a)試述連續方程的物理意義.
- (b)對中緯度綜觀尺度來說, 連續方程具有哪些不同的形式? 試對連續方程進行尺度分析.
- (c)藉由連續方程求垂直速度 w 的方法有何優缺點?
- (d)在何種情況下連續方程變為診斷方程?

3. 梯度風.
 - (a)試述正常高壓情況下的梯度風以及氣壓梯度所受到的限制.
 - (b)何謂異常高壓(anomalous high)和異常低壓?
 - (c)試述梯度風平衡的特性以及它和地轉風之間的關係.
 - (d)高壓中心的氣壓梯度力有何特性? 低壓中心有這個特性嗎? 為什麼?
3. 解釋下面的名詞:
 - (a)流體靜力近似. (b)地轉平衡. (c)梯度風、慣性風和地轉風. (d)正壓大氣、相當正壓大氣和斜壓大氣.
3. 解釋或說明下面的陳述:
 - (a)在相同的氣壓梯度下, 高壓的梯度風大於地轉風, 而地轉風又大於低壓的梯度風.
 - (b)在近地層內, 風向向上順轉並不一定代表有暖平流.
 - (c)面向熱力風的下風方向, 暖空氣在右邊, 冷空氣在左邊.
3. 熱成風(thermal wind).
 - (a)何謂熱成風平衡? 它是哪些平衡的產物? 它和溫度梯度有何關係?
 - (b)地轉風和熱成風之間有什麼關係?
 - (c)試述為何有暖平流時風向會向上順轉, 而有冷平流時風向會向上逆轉.
3. 地轉風. 為何在下面幾個情況下地轉近似就不成立了?
 - (a)在赤道區域. (b)在地面附近. (c)等壓線彎曲, 且曲率半徑小.
3. 基本方程的應用.
 - (a)試討論慣性流.
 - (b)試討論旋衡流(cyclostrophic flow).
 - (c)跡線(trajjectory)和流線(streamline)有何不同?
 - (d)何謂正壓大氣和斜壓大氣, 它們各有何特性?
 - (e)試述為何對地轉風來說, 氣壓平流是不存在的.
3. 何謂正壓大氣? 為何等溫大氣、等密度大氣、等遞減率大氣、等位

溫大氣都是正壓大氣？

4. 環流與渦度.

(a)試說明 Bjerknes 環流定理.

(b)試解釋海陸風形成的原因.

(c)為何對東風氣流來說不會產生背風波？

(d)試用位渦守恒定律說明西風越過南北走向的山脈時發生的種種現象.

4. 等位溫坐標.

(a)寫出等位溫坐標的動量方程、流體靜力方程、連續方程和熱力學方程.

(b)假設大氣是絕熱的，試證下面的位渦守恒定律是成立的：

$$\frac{d}{dt} \frac{f + z}{\partial p / \partial q} = 0$$

其中 $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y$ ， f 和 z 分別為科氏參數和渦度.

4. 守恒(conservation)這個詞在氣象學上至少有四個意義，試寫出它們的表達式，並舉例說明.

4. 自然坐標. 令 s 為沿著路徑的坐標， n 垂直於路徑並和 s 構成右手坐標系， R 為曲徑半徑. 若 n 指向曲率中心，則 R 定為正值.

(a)若以自然坐標表示，渦度可寫為

$$z = -\frac{\partial V}{\partial n} + \frac{V}{R_s}$$

其中 V 為速度， R_s 為跡線的曲率半徑，試說明這個表達式中右邊兩項的意義.

(b)梯度風方程可寫為

$$\frac{V^2}{R_s} + fV = -\frac{\partial j}{\partial n}$$

其中 j 為重力位， f 為科氏參數. 在所有被允許的解當中，何者為反壓流(antibaric flow)，何者為反氣旋流(anticyclonic flow)？試以力平衡圖來說明.

5. 大氣湍流.
- (a)試說明大氣中湍流(turbulence)運動的主要動力過程.
 - (b)何謂通量 Richardson 數? 試說明其物理意義.
5. Ekman 層.
- (a)試說明何謂 K 理論.
 - (b)試說明混合長度(mixing length)理論的基本假設及其用途.
 - (c)何謂 Ekman 層? 在 Ekman 層中的力如何平衡?
 - (d)在 Ekman 層中風場分布有何特性?
 - (e)何謂 Ekman 螺旋?
5. 次環流.
- (a)何謂停轉(spin-down)效應? 它在 Ekman 層中扮演何種角色?
 - (b)何謂次環流(secondary circulation)? 摩擦次環流和停轉作用是如何產生的?
 - (c)次環流產生的原因是什麼?
 - (d)何謂 Ekman 抽吸作用?
 - (e)次環流和 Ekman 抽吸作用在熱帶氣象中扮演何種角色?
 - (f)Ekman 層頂的垂直速度和哪些因子有關?
6. 解釋或說明下面的陳述:
- (a)原始方程在氣壓坐標上比在高度坐標上具有更簡單的形式.
 - (b)等位溫坐標上的熱力學方程具有特別簡單的形式.
 - (c)利用準地轉模式進行預報時, 若大氣為靜力不穩定的, 則無法求出垂直速度.
 - (d)相較於準地轉模式, 原始方程模式的初始資料需做特別的處理.
 - (e)在流體靜力平衡條件下, 氣柱的總內能成正比於總位能.
 - (f)在大尺度天氣系統中, 當位能轉變為動能時, 系統的內能也一起減少.
 - (g)中緯度地區西風的強度是南北溫度梯度的一個良好標誌.
 - (h)在最低階近似下, 大尺度大氣運動是地轉的、無輻散的, 而且也是水平的、定常的.

- (i) 低緯度地區有淨輻射能剩餘，中高緯度地區則有淨輻射能虧損。這種不平衡會導致熱能往極區輸送，但 Hadley 環流圈只能起一部分作用，而 Ferrel 環流圈根本不起作用。
- (j) 在中緯度地區，偏西風隨高度有規則地增強，並恰好在對流層頂下方達到極大值。
6. 準地轉近似。
- (a) 何謂 b 平面近似？
- (b) 何謂準地轉近似？為何有這個名稱？
- (c) 準地轉模式的控制方程有哪些，它們分別由哪些原始方程如何簡化而成？
6. 垂直速度方程。
- (a) 試說明 w 方程中各項的意義。
- (b) 試說明垂直運動對天氣和能量轉換的影響。
- (c) 試用 w 方程討論綜觀尺度大氣中垂直運動的分布。
- (d) 何謂 Q 向量？試說明如何藉由 Q 向量分析垂直速度的分布。
7. Rossby 波。
- (a) 試以正壓渦度守恒方程說明 Rossby 波的動力特性和傳播特徵。
- (b) 試導出 Rossby 波相速度和群速度的表達式，並說明其特性。
- (c) 試討論 Rossby 波的水平結構。
7. 淺水方程。考慮下面的線性化淺水方程：

$$u_t - fv = -gh_x, \quad v_t + fu = -gh_y, \quad h_t + H(u_x + v_y) = 0 \quad (1)$$

其中 H 和 h 分別表示自由面的平均高度和擾動高度， H 和 f 都設為常數，下標 x, y 和 t 表示導數。

(a) 令 u, v 和 h 有下面形式的波動解：

$$(u, v, h) = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{h}) e^{i(kx + ly - nt)}$$

代入(1)式，試證可以得到下面的頻散關係式：

$$n^2 = f^2 + gH(k^2 + l^2)$$

試問這代表什麼波動？另外，請討論長波和短波極限的意義。

(b)試由(1)式導出下面的位渦守恆定律：

$$(z - fh/H)_t = 0 \quad (2)$$

其中 $z = v_x - u_y$ 為渦度。將(2)式由初始狀態（用下標 0 表示）積到最後狀態（用上橫線表示），試證我們可以得到

$$\nabla^2 \bar{h} - \bar{h}/L_R^2 = fz_0/g - h_0/L_R^2 \quad (3)$$

其中 $L_R = \sqrt{gH}/f$ 為 Rossby 變形半徑。

(c)試以 $L > L_R$ 和 $L < L_R$ 兩個情況，分別討論風場和質量場間的適應，並說明這種適應在大氣中的應用。

7. 波動.

(a)試討論頻散(dispersion)和群速度的觀念。

(b)試解釋擾動理論(perturbation method)的大要。

(c)試述聲波傳播的原理和濾除的方法。

(d)試述重力波傳播的原理和濾除的方法。

(e)試說明何謂慣性不穩定，並且討論其穩定條件。

(f)試述群速度的物理意義。

7. 地轉適應.

(a)一般都用什麼方程討論地轉適應問題，為什麼？

(b)說明地轉適應過程的特性，它與緯度、水平尺度、Rossby 變形半徑有何關係？

(c)地轉適應和數值天氣預報有何關係？

7. 頻散波.

(a)何謂頻散波(dispersive wave)？

(b)絕熱聲波、淺水波、Rossby 波、真空中的光波這四種波動中哪些是非頻散波？

- (c)大氣中的哪些因子會使非頻散波變成頻散波?
7. 在下面的動力系統中存在著何種波動?
- (a)正壓(無輻散)渦度方程. (b)淺水方程. (c)準地轉模式. (d)原始方程. (e)非彈性方程. (f)完全不可壓縮模式.
8. 斜壓波.
- (a)何謂有效位能(available potential energy)? 其來源如何?
- (b)斜壓波是如何發展的(即其能量來自何處)? 在斜壓波中能量是如何轉換的?
- (c)斜壓波的結構有何特性?
- (d)在斜壓波中垂直速度如何分布? 這種分布會達成何種效果?
- (e)槽脊線向上往西傾斜的現象代表何種物理意義?
- (f)試利用動能和有效位能方程, 詳細討論斜壓系統的能量變化.
8. 斜壓不穩定.
- (a)說明斜壓不穩定發生的條件.
- (b)試說明斜壓不穩定理論的推導步驟和基本假設.
- (c)斜壓不穩定理論的何種假設與實際大氣有嚴重出入?
- (d)為何短波和超長波不易發生斜壓不穩定?
- (e)何謂線性斜壓不穩定?
- (f)試述斜壓不穩定發生時的天氣結構.
- (g)何謂正壓不穩定? 在何種條件下才會發生正壓不穩定? 其能量變換過程如何?
9. 挾捲過程(entrainment)對雲內空氣的熱力學有何影響? 請詳細說明.
9. 鋒與鋒生過程.
- (a)何謂渦度、散度和變形? 試述如何在流場中判斷這三個物量.
- (b)這三種流場中何種最易導致鋒生? 試說明其理由.
10. 大氣的動量.
- (a)試說明大氣和地球之間的動量交換.
- (b)試說明大氣中動量的收支.

- (c)試說明實際槽脊的走向和動量南北輸送的關係.
- (d)試討論大氣動量收支平衡中產生項和耗散項的物理意義. 試問何種大氣現象扮演動量產生的角色?
- (e)試討論渦動動量輸送和熱量輸送在經向平均環流所扮演的角色, 並說明其原因.
- (f)為何低緯度地面是大氣角動量的源(source), 而中緯度地面是匯(sink)? 角動量如何由源被輸送到匯?
- (g)試由角動量守恆的觀點說明大氣環流是如何維持的.
- 10. 輻射平衡.
 - (a)試以極區和赤道間輻射不平衡的觀點, 說明對流層內能量循環的特性, 並解釋斜壓波和洋流扮演的角色.
 - (b)試以大氣地表間輻射不平衡的觀點, 說明潛熱和可感熱扮演的角色.
- 10. 大氣環流.
 - (a)試繪圖說明地面風系和經向三胞環流之間的關係, 並標出副熱帶高壓的位置.
 - (b)試述為何極鋒噴流出現在對流層頂附近.
 - (c)試問 Hadley 胞和 Ferrel 胞的形成原因有何不同?
 - (d)何謂熱力直接與間接環流? 試分別舉出兩個例子來說明.
 - (e)試說明 Eliassen-Palm 通量的物理意義.
- 10. 能量循環.
 - (a)試述緯向對稱環流的分布和它的物理基礎. 在大氣中的實際情況如何?
 - (b)討論平均有效位能和渦動有效位能產生項的物理意義以及它們在實際大氣中扮演的角色.
 - (c)討論平均有效位能和渦動有效位能轉換項的物理意義.
 - (d)討論大氣中能量循環的物理過程和能量轉換.
- 11. 熱帶大氣動力學.
 - (a)相較於中緯度的擾動, 熱帶擾動有何特性? 若以準地轉模式來

- 描述，有何不足之處？
- (b)熱帶大氣運動和準地轉運動的尺度分析有何不同？
- (c)試解釋 CISK 的物理意義，並說明它在熱帶氣象中扮演的角色。
11. 動能的耗散.
- (a)在有垂直風切的情況下，風切不穩定可能會發生。試述其物理機制。
- (b)Richardson 數可用來判定風切不穩定是否會發生。試說明這個無因次量的定義及其物理意義。當這個數夠小時，不穩定會不會發生？
11. 熱帶波動.
- (a)何謂赤道 b 平面近似？
- (b)試問為何大氣中有赤道 Kelvin 波存在？
- (c)為何赤道 Kelvin 波只向東傳播？
- (d)試說明赤道 Kelvin 波質量場和速度場的分布。
- (e)何謂 Rossby 重力波？
- (f)垂直傳播的 Rossby 重力波和 Kelvin 波對熱帶平流層的準兩年期振盪有何影響？
11. 颱風.
- (a)何謂颱風？試述產生的條件及其理由。
- (b)簡述颱風的結構。
- (c)試就結構特徵、演變過程、能量來源和移行路徑等四方面比較溫帶氣旋和熱帶氣旋的相同點和相異點。
11. 熱帶氣象.
- (a)何謂季風？試述它的成因和對台灣的影响。
- (b)何謂南方振盪？它和印度洋太平洋的氣候周期變化有無相關？
- (c)試述熱帶地區發生午後雷陣雨時的大氣結構。
- (d)熱帶地區與中緯度地區天氣現象有何不同？
- (e)何謂 Walker 環流？
- (f)熱帶地區熱源的年際變化會對大氣運動產生何種影響？

12. **中層大氣.**
- (a)試述平流層內的能量循環(energy cycle), 並與對流層內的能量循環互相比較.
 - (b)何謂爆發性增溫(sudden warming)?
13. **正壓模式.**
- (a)試說明正壓模式的預報步驟.
 - (b)正壓模式有哪些缺點?
 - (c)相當正壓模式的特徵是什麼?
 - (d)相當正壓模式可改進正壓模式的哪些缺點?
13. **準地轉模式.**
- (a)準地轉模式的基本方程有哪些? 哪些假設可以濾除大氣中的哪些噪聲?
 - (b)二層準地轉模式中的變數在垂直方向應該如何安排? 這個模式要如何加以離散化?
 - (c)試述準地轉模式和原始方程的初始資料問題和這兩個模式的優缺點.
13. **原始方程模式.**
- (a)何謂 s 坐標? 它有何優點?
 - (b)原始方程模式的基本方程有哪些? 有沒有濾除哪些噪聲?
 - (c)試述各種數值預報模式(正壓模式、相當正壓模式、準地轉預報模式、原始方程模式)的優缺點.
13. **解釋下面的名詞:**
- (a)波譜法(spectral method).
 - (b)CFL 穩度性判據(stability criterion).
 - (c)鬆弛法(relaxation method).
 - (d)Rossby-Haurwitz 波.
 - (e)系集預報(ensemble forecast).
13. **考慮下面的常係數平流方程:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

其中 c 為常數, u 為任意純量.

- (a) 試寫出跳蛙式時間差分格式, 空間差分用中差分法, 並求出 CFL 穩定條件.
 - (b) 求出這個格式的相速度和群速度, 繪出它們隨波長變化的圖形.
 - (c) 何謂計算性頻散? 試以(b)的結果說明其意義.
 - (d) 寫出上述平流方程的向前時間上游格式, 並決定這個格式的收斂條件和穩定條件.
13. 在進行數值預報工作時, 一般都把聲波和重力波當做噪聲, 試問在何種情況下它們是信號? 試詳細說明.
13. 試比較完全可壓縮模式、原始方程模式(已做流體靜力近似)和非彈性方程模式的預報步驟, 垂直坐標都用高度坐標.
13. 可預測度(predictability).
- (a) 何謂可預測度?
 - (b) 為何大氣有可預測度的問題?
 - (c) 說明現有的數值預報模式無法達到理論極限的原因.
13. 半拉格朗日法.
- (a) 考慮下面的線性平流方程:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

這個方程的解析解為 $u = f(x - ct)$, 也就是說 u 值在特徵線 $x - ct = \text{const.}$ 上是常數. 令 j 和 n 分別表示空間點和時間點的指標, 設 n 時 Q 處的流體質點, 在 $(n+1)$ 時到達 j 點. 根據解析解, 有 $u_j^{n+1} = u_Q$, 假設 Q 點位於 $(j-p)$ 和 $(j-p-1)$ 這兩個格點之間, 則 u_Q 的值可由這兩點 u 值做線性內插得到. 試證此時半拉格朗日格式為

$$u_j^{n+1} = u_Q = (1 - \hat{m})u_{j-1}^n + \hat{m}u_j^n$$

其中 $\hat{m} = c\Delta t / \Delta x - p$, p 為整數.

- (b) 試證上面這個半拉格朗日格式是絕對穩定的.
- (c) 試證這個差分格式是收斂的.
13. 對流適應(convective adjustment).
- (a) 何謂對流適應? 如何進行乾對流適應和溼對流適應?
- (b) 試寫出乾對流適應的表達式.
13. 波譜法(spectral method).
- (a) 說明 Galerkin 法的原理.
- (b) 何謂波譜法, 它有何優缺點?
- (c) 試以球面上的正壓渦度方程為例, 說明波譜法的預報步驟.
- (d) 何謂變換法(transform method), 它有什麼優點?
- (e) 三角形截斷 (triangular truncation) 和 菱形截斷 (rhomboidal truncation) 有何不同? 為何當模式的分辨率較高, 預報期間較長時, 大都採用三角形截斷?
13. 影響域(range of influence).
- (a) 何謂影響域?
- (b) 對下面三個方程來說, 某一時空點 (x, t) 的影響域是哪裏?

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{平流方程}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (\text{擴散方程}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{波動方程}) \quad (3)$$

其中 c, k 都是常數, u 是任意純量.

- (c) 對下面(1)式的兩個差分格式來說, 某一格點 (j, n) 的影響域是哪裏?

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} = 0$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

(d)對 Poisson 方程 $\nabla^2 u = F(x, y)$ 來說, 某一空間點 (x, y) 的影響域是哪裏?

13. 下面一句話是什麼意思, 請說明.

“至於初始條件的敏感度這類的問題之外, 理想的天氣預報模式須以微分子程度為基礎, 進行全球天氣的及時快速攝影, 但顯然這是不可能的.” (陳美岑譯, 1999: 出賣先知—徹底解構預言、預測、預言家. 商業周刊出版, 台北市, 37 頁).

13. 一維線性化淺水方程. 考慮下面的一階方程組:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial t} + H \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

其中 u 和 h 分別為速度和擾動高度, 常數 H 為平均厚度, g 為重力加速度.

(a)試寫出時空皆為中差分的數值格式.

(b)令 u 和 h 成正比於 $\exp(ikx - in t)$, 試導出上面淺水方程及其差分格式的頻散關係式.

(c)試導出 CFL 判據, 也就是說在何種情況下這個數值格式才是穩定的.

(d)試計算兩倍格距波的相速度與群速度.