商虧損, 因此平均成本遞減這樣的成本結構, 與完全競爭的市場結構是不相容的。相反的, 如果長期平均成本遞增, 則任何 $p = MC$ 的訂價方式都會有利潤。既有利潤, 在完全競爭市場下必將有廠商聞訊加入, 瓜分市場份額, 直到沒有利潤爲止。但如果 $AC(y) < MC(y)\ \forall y$, 則唯一可能的「均衡」是 $y \to 0$, 這也相當不可能。這樣看來, 似乎只有 U 字形或水平的平均成本曲線, 才符合完全競爭的市場結構。

在單一商品的情況下, 長期平均成本遞減表示規模越小單位生產成本越高, 競爭環境不易維持, 且小廠容易被趕出市場。長此以往, 其獨占之形成甚爲自然, 稱爲自然壟斷。在多產品之情況下, 如第五章所述, 平均成本之定義甚爲複雜, 不容易區分其爲遞增或遞減, 也不易以平均成本判定市場是否爲自然壟斷。Baumol 等人在 1982 年對此有甚爲深入之討論, 有興趣的讀者可自行參閱。

現實社會中除了水、電、電話等少數產業外, 很少有產業符合自然壟斷的要件; 絕大多數的壟斷都是「不自然的」。不自然的類型有三, 一是政府基於國計民生平衡發展之考慮, 把某些事業定爲法定獨占, 如煙酒公賣局; 二是政府對某些法人或自然人授予獨占權利, 如專利權; 三是廠商透過勾結、排擠的手段, 形成市場上唯我獨尊之客觀事實。第一種不自然背後有其政治考量, 不是經濟分析的範圍; 第二種獨占權的授予事實上是對某些市場失靈的情況做政策補償, 第三種不自然則屬排擠行爲, 儘管許多國家對此類行爲有限制, 我們在市場上還是常常見到。我們將在第 9.9 節中大略介紹研究發展與專利權之授予, 在下一章中討論市場中的排擠行爲。

9.2 拍賣

拍賣是一種非常特殊的單邊壟斷市場結構。最典型的拍賣市場裡, 賣方是某個物品的壟斷出售者, 而數目不定 (但多於 1) 的買方希望透過競價的方式來取得這件物品。和一般的單邊壟斷市場不同的, 是在很多狀況下, 買方只有一件物品出售, 因此不論買方或賣方所面對的都不是一條下降的需求曲線。在一般的情況下, 這件物品對買方的價值, 是他們自己的私有訊息。最重要的是, 傳統的單邊壟斷理論, 只要求均衡價格下供需相等, 對均衡價格是如何達到的, 則不置一詞。拍賣理論卻對價格的決定方式, 有非常詳細和嚴格的定義, 這就是拍賣制度。拍賣依投標及付款方式的不同, 可分爲下列幾種形式:

1. 英式拍賣 (English auction)
   這是我們最常見到的一種公開場合的拍賣形式。拍賣時過程由一個起始價格開始, 然後由投標者開始往上出價, 一直到最後只剩下一個人願意以該價格購買時成交。在數學處理上, 我們可以把英式拍賣看成如下的過程: 一開始所有願意投標的人都把手舉起來, 而價格由起始價逐漸連續上漲。只要在現有價格下, 競標者還願意購買, 他就一直舉著手。顯然的, 當價格逐漸上漲時, 就會逐漸有人覺得價格太高而把手放下來。在最後第二個人放下手的時候, 唯一手還舉著的人就得標。成交價是最後第二個人放下手那個刹那的價格。

2. 荷式拍賣 (Dutch auction)
   這種拍賣方法正好和英式拍賣相反。拍賣是由極高的價格開始逐漸往下降, 一直降到第一個願意以該價格購買的人出現爲止。歷史上的荷蘭鬱金香拍賣即是採用這種方式。在數學處理上, 荷式拍賣是由一個起始價格連續往下降。競標者在一個他願意付出的價格時舉手。第一個舉手的人得標, 而成交價是舉手刹那的價格。

3. 密封式第一高價拍賣 (sealed-bid first price auction)
   這是工程招標最常採用的一種方法。拍賣時標價採用保密的方式進行, 例如將標價寫好密封在信封之中。在所有的競標者都送出自己的標價之後, 再由拍賣人拆閱並出售給標價最高的人。

4. 密封式第二高價拍賣 (sealed-bid second price auctions)
   這和上述的密封式第一高價拍賣的標價方式一樣, 使用保密的方法競價。所不同的是, 雖然出最高價的人得標, 他卻是付標第二高價者所投標的價格。這種拍賣方法是由 Vickrey (1962) 所發明, 這種拍賣方式在現實上極少見。

拍賣隨著物品對投標者價值的異同, 也分爲下列幾種可能的情形:

1. 私有價值 (private value)
   這是指被拍賣的東西, 對每個競標者的價值都不一樣。而且它對於每個人的價值, 只有那個人自己知道, 因此它是私有訊息。不但如此, 這些價值的分佈是互相獨立的。比如說一張油畫, 如果我們假設買畫的人僅只是爲了對藝術

的愛好, 那麼它的價值來自於每個人對它不同程度的喜好而定, 所以這個標的物並沒有公定的價值。

2. 共同價值 (common value)
共同價值的意思是指, 標的物的價值對每個人而言都是一樣的。比如說油田的拍賣, 就是一個很好的例子。沒有任何一個油商會因爲純粹對原油本身的偏好, 而特別需求它。油商之所以會想要標購油田, 完全是因爲原油的價值。因此雖然市場上的原油價格會波動, 但是對每一個人來說, 它的價值仍是一樣的。而眞正不同的, 是不同的石油商對原油蘊藏量和原油價格的估算會有不同。

3. 相依價值 (correlated value)
這是介於上述兩者之間的一種拍賣。也就是說, 此標的物的價值雖然是每一個人的私人訊息, 但是當某人對此物的價值感越高時, 它預期別人對此物的價值感也越高, 或越低。

在本書中, 我們主要討論私有價值拍賣。主要原因是這是一個已有相當完備理論的領域。

9.2.1 買方風險中立的情況

這一節所要研究的, 是上一節所述四種不同的拍賣制度在不同的訊息結構下, 各自的均衡是什麼, 並比較其間的差異。我們主要所關心的, 當然是投標者在均衡時究竟會出價多少, 以及買賣雙方在這四種拍賣方法中, 各自可以得到多少預期報酬。非常令人驚訝的是, 在私有價值及買方風險中立的假設下, 這四種拍賣方法是一樣的。這就是有名的利潤相等定理 (revenue equivalence theorem)。

定理 9.1 (revenue equivalence theorem) *在私有價值拍賣裡, 假設標的物對第 i 個競標者的價值是 v_i, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, 且每一個 v_i 的值, 都是從 $[0, \overline{v}]$ 裡用 $f(v)$ 這個密度函數隨機獨立抽取的。假設 $f(v) > 0,\ \forall v \in [0, \overline{v}]$。則賣方及每一個競標者的預期利潤, 在上述四種拍賣制度下都是一樣的。*

很明顯的, 在這個定理的假設下, 參賽者所面對的是一個貝氏賽局。以下我們用兩個命題來證明這個定理。在這些證明裡, 爲了計算上的方便, 我們假設 $n = 2$。一般情況下的證明, 見習題 9.17。令 $b_i(v)$ 代表競標者 i $(i = 1, 2)$, 當他認定標的物的價值是 v 時, 所願意投標的數目。$b_i(v)$ 其實就是 i 的招標策略。我們可以很容易的證明, 在均衡時, 每一個人的標價函數 $b_i(v)$ 一定是 v 的遞增函數 (見習題 9.17)。爲簡化論證起見, 我們只考慮對稱均衡。換言之, 我們假設 $b_i(v) = b(v)$ $\forall i$。隨著拍賣制度的不同, $b(v)$ 有不同的意思。在英式拍賣下, $b(v)$ 代表一個標售物對他的價值爲 v 的投標者, 會將手放下來的價格。荷式拍賣下, 則代表他會將手舉起來的價格。在密封式拍賣下, 代表他會寫在紙上的價格。

命題 9.1 *荷式拍賣和密封式第一高價拍賣是完全相同的拍賣方式。*

證明: 我們要證明的是, 任何一個競標者, 在荷式拍賣或密封式第一高價拍賣之下所面對的情況是一模一樣的。

直觀來看, 一個競標者在荷式的拍賣會場中的策略是, 在尚未有人得標之前, 他應該在價格下降到何處時舉手。而密封式第一高價拍賣會中的競標者, 所要考慮的是他應該標多高的價格。這兩種策略的形式實際上是一樣的。也就是說, 在這兩種制度之下, 投標者的策略都是給定他自己的價値爲 v 時, 他願意付出的價格。

由於這件物品對 i 的個人價值是 v_i, 因此在密封式第一高價拍賣裡, 他所寫的標價是 $b(v_i)$。又由於 $b(v)$ 是 v 的遞增函數(見習題 9.17), 因此若這件物品對他對手的個人價值小於 $b^{-1}(b(v_i)) = v_i$, 則 i 可以得標。在 $b(v)$ 的策略下, 如果 i 得標, 那麼他的報酬是 $v_i - b(v_i)$。因此 i 的預期報酬是

$$\int_0^{v_i} (v_i - b(v_i)) f(v) dv\ 。$$

在荷式拍賣裡, 若價格降至 y 時標的物仍未出售, 表示這件物品對 i 的對手的價值低於 $b^{-1}(y)$。因此競標者 i 必須利用貝氏法則, 來重新修正對手價值的機率密度函數。由於 v 低於 $b^{-1}(y)$ 的可能性爲 $F(b^{-1}(y))$, 所以用貝氏法則修訂之後的新密度函數爲 $f(v)/F(b^{-1}(y))$。因此如果 i 的策略是 $b(v)$, 且在價格降到 y 時還沒有人標走, 那麼他用 $b(v)$ 這個策略的預期報酬是

$$\int_0^{v_i} (v_i - b(v_i)) \frac{f(v)}{F(b^{-1}(y))} dv。$$

由於$1/F(b^{-1}(y))$ 是固定的常數, 所以競標者在荷式拍賣與第一高價拍賣裡, 所面對最適化的目標函數, 只差一個常數, 因此對投標者來說是完全一樣的。但若如果他們的目標函數相同, 那麼均衡投標函數 $v(\cdot)$ 也會相同, 因此不論對買方或賣方而言, 預期利潤也相同。♠

輔助定理 9.2 在英式拍賣裡, $b(v) = v$ 是一個強勢策略 (dominant strategy)。
證明*:* 首先要注意的是, 拍賣中如果價格是連續性上漲的話, 那麼最後得標的人所付的價格其實是最後一個放棄的對手的標價。

投標人不可能讓 $b(v) > v$, 因爲這時的預期報酬小於或等於 $b(v) = v$。若投標人的策略是 $b(v) = v' < v$, 那麼有兩種可能*:*

(1) 若出價 $b(v) = v$ 會得標, 那麼讓 $b(v) = v'$ 時, 可能還是會得標, 也可能不會。假若依然得標, 那麼他所付的價錢和 $b(v) = v$ 時的情形完全相同*;* 都是付在最後一個放棄的對手的價格。因此 $b(v) = v$ 和 $b(v) = v'$ 一樣好。若他標 $b(v) = v'$ 時不得標, 那麼這個策略的報酬會比 $b(v) = v$ 的報酬低(請注意, 他所付的價格是最後一個放棄的對手的價格, 因此這時他的利潤是正的)。因此不論對手策略爲何, $b(v) = v$ 比 $b(v) = v'$ 好。

(2) 若 $b(v) = v$ 本來就不會得標, 那麼 $b(v) = v'$ 也不可能得標, 因此兩個策略對投標者的利潤是一樣的。

綜合以上推論我們可以知道 $b(v) = v$ 之下投標者所得到的利潤, 永遠大於或等於 $b(v) = v$ 所得到的利潤。因此 $b(v) = v$ 是一強勢策略。♠

輔助定理 9.3 在密封式第二高價拍賣裡, 若拍賣物對某一個投標者的價值為 v, 則其均衡投標策略是 $b(v) = v$。
證明*:* 假設投標者的策略是 $b(v)$, 那麼由於 $b(v)$ 是遞增函數, 投標者會得標一定是因爲物品對他對手的價值 v' 小於 v; 且由於他如果得標, 只需付他對手的標價, 因此他的預期報酬是

$$\int_0^v (v - b(v'))f(v')dv' = vF(v) - \int_0^v b(v')f(v')dv'。 \tag{9.3}$$

其中 $b(v')$ 是標的物價值對其爲 v' 者的投標價。如果 $b(v)$ 是最適策略, 那麼 $b(.)$ 在任何一個 v 值都是最適, 因此 $b(.)$ 在每一點都要滿足一階微分條件。所以將 9.3 式對 v 微分可得 $vf(v) - b(v)f(v) = 0$, 因此 $v = b(v)$。♠

在以上的分析中, 讀者要注意的是: 在對 (9.3) 式的第一項 $vF(v)$ 微分時, 我們只對 $F(v)$ 這項微分, 而不對 v 這項微分。這是因爲 v 是這樣物品對這個人的“眞實”價值, 所以對他來說不是一個策略上的選擇變數。換言之, 不論他的策略如何改變, 物品對他的價值永遠是固定的 v。因此一階條件裡不會對這項微分。也因此 $vF(v)$ 這項只有 $vf(v)$ 出現在一階條件裡。

輔助定理 9.4 英式和第二高價拍賣對買賣雙方都產生相同的預期利潤。
證明: 由輔助定理 9.2 和 9.3 可以很明顯的得到這個結果。

輔助定理 9.5 在密封式第一高價拍賣制度下, 若物品對投標者的價值是 v, 則他的均衡投標策略是 $b(v) = (\int_0^v v'f(v')dv')/F(v)$ 。
證明: 假設物品對某一個投標者的價值是 v, 因此他喊價 $b(v)$, 而且由於 $b(v)$ 遞增, 所以只有當物品對對手的價值, v', 小於 v 時他才會得標。故他的預期利潤爲

$$\int_0^v (v - b(v))f(v')dv' = (v - b(v))F(v)。$$

在最適策略下, $b(v)$ 必須在每一個 v 的值下滿足一階條件, 因此 $(v-b(v))f(v) - b'(v)F(v) = 0$, 所以 $vf(v) = b(v)f(v) + b'(v)F(v) = (b(v)F(v))'$。對兩邊積分可得到 $\int_0^v v'f(v')dv' = b(v)F(v)$。由此可知買方的均衡策略爲

$$b(v) = \left(\int_0^v v'f(v')dv'\right)/F(v).♠$$

命題 9.2 不論對買方或賣方, 密封式第一高價拍賣與第二高價拍賣下的預期收益是一樣的。
證明: 在第二高價拍賣裡, 假設標的物對兩個投標者的價值是 v 和 v'。如果 $v > v'$, 那麼賣方得到的收入是出第二高價的 $b(v')$, 而投標者會出價 $b(v)$ 和 $b(v')$ 的機率密度各是 $f(v)$ 和 $f(v')$。由於每一個人的出價都是獨立的, 所以有人同時出價 $b(v)$ 和 $b(v')$ 的機率密度是將 $f(v)$ 和 $f(v')$ 相乘。將所有 0 到 $\overline{v}$ 可能出價 $b(v')$ 的收益積分起來, 便是賣方的預期收益。因此賣方預期收益爲

$$\begin{aligned} C_1^2 \int_0^{\overline{v}} \int_0^v b(v')f(v')f(v)dv'dv &= 2\int_0^{\overline{v}} f(v) \int_0^v f(v')b(v')dv'dv \\ &= 2\int_0^{\overline{v}} f(v) \int_0^v f(v')v'dv'dv。 \end{aligned} \tag{9.4}$$

上式中, 第二個等式的來源, 是在第二高價拍賣裡, 均衡出價 $b(v') = v'$。(輔助定理 9.2)。至於買方的預期利潤, 假設他對於標的物的認定價值是 v, 那麼他的標價是 $b(v)$。由於他只需要付第二高的標價, 而這個標價 $b(v')$ 出現的機率密度爲$f(v')$, 且此時的利潤爲 $(v - b(v'))$, 因此預期利潤爲

$$\begin{aligned}\int_0^v (v - b(v'))f(v')dv' &= \int_0^v (v - v')f(v')dv' \\ &= vF(v) - \int_0^v v'f(v')dv'。\end{aligned} \tag{9.5}$$

接下來我們求第一高價拍賣下的預期利潤。由輔助定理 9.5, 我們可以計算出買方的預期利潤是

$$\begin{aligned}\int_0^v (v - b(v))f(v')dv' &= (v - b(v))F(v) = vF(v) - b(v)F(v) \\ &= vF(v) - \frac{\int_0^v v'f(v')dv'}{F(v)}F(v) \\ &= vF(v) - \int_0^v v'f(v')dv'。\end{aligned} \tag{9.6}$$

比較 (9.5) 和 (9.6) 式可知第一和第二高價拍賣對買方的預期利潤是一樣的。

賣方在第一高價拍賣制度下的預期利潤爲

$$\begin{aligned}C_1^2 \int_0^{\bar{v}} \int_0^v b(v)f(v)f(v')dv'dv &= 2 \int_0^{\bar{v}} b(v)f(v)F(v)dv \\ &= 2 \int_0^{\bar{v}} (\int_0^v v'f(v')dv'/F(v))f(v)F(v)dv \\ &= 2 \int_0^{\bar{v}} f(v) \int_0^v v'f(v')dv'dv。\end{aligned} \tag{9.7}$$

將 (9.7) 和 (9.4) 式比較, 我們馬上知道第一和第二高價拍賣對方的賣方預期利潤值也是一樣的。♠

命題 9.2 證明了不論是買方的預期利潤或是賣方的預期利潤, 在第一和第二高價拍賣制度下都是一樣的。現在由輔助定理 9.1 和 9.3 可以很容易看出, 這四種拍賣制度對買方、賣方的預期利潤是相同的。這就證明了定理 9.1。

9.2.2 投標者風險趨避

上一節的利潤相等定理, 事實上來自相當強的假設。一方面它要求投標者風險中立, 另一方面也要求投標者對拍標物品的價值, 是相互獨立的。在這一節裡, 我們將