第十章

序列均衡

在這一章裡, 我們將討論在訊息不完全之下, 均衡行爲的適切定義。一般使用最頻繁的, 是所謂的貝氏完全均衡及序列均衡 (sequential equilibrium)。這兩個均衡其實也正是賽局理論的核心均衡概念。我們在這一章裡, 準備詳細討論他們的定義及計算方法。

10.1 導論

序列均衡是由 Kreps 和 Wilson (1982) 所發展出來的, 它也是賽局理論裡最核心的均衡概念。序列均衡之所以重要, 最主要的原因是它把之前已經發展得很完備的訊息經濟 (economics of information) 理論和賽局的均衡理論結合起來。在將訊息經濟引入賽局時, 會產生相當多技術上的細節問題。Kreps 和 Wilson 定義序列均衡的貢獻, 是使得這些問題可以在相當合理而簡單的方法下解決。他們很詳細地討論了一個賽局裡, 有訊息不完全的狀況時, 應該怎麼樣去設定對這個不確定性的猜測, 怎麼樣定義均衡, 和怎麼樣計算。序列均衡最大的一個好處, 是在計算上的方便, 因爲它的計算方法, 大致上和子賽局完全均衡相同, 只是必須多加入某些猜測的設定。

子賽局完全均衡的一個缺失是, 當某一個訊息集合在參賽者的策略下走到的機率是零, 而且那一個訊息集合裡有兩個以上的結點時, 由於參賽者沒有辦法用貝氏法則去計算它們在各結點的機率是多少, 因此在這種狀況下, 子賽局完全均衡會跳過這種訊息集合, 不去檢查參賽者的策略在這個訊息集合是否合理。一旦如此, 就會產生一些很不合理的均衡結果。比方說, 考慮例 10.1 的賽局:

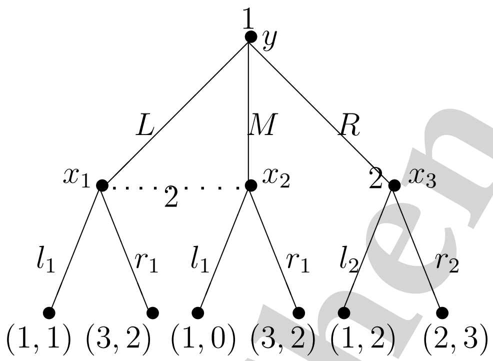

圖 10.1

例 10.1 圖 10.1 賽局中, 會有一個子賽局完全均衡是: 參賽者 1 下 R, 參賽者 2 在 $\{x_3\}$ 下 r_2, 在 $\{x_1, x_2\}$ 下 l_1。證明的方法很簡單。若參賽者 1 不走 R, 而選 M 的話, 因爲參賽者 2 會下 l_1, 他的報酬是 1。若他走 L, 報酬也是 1。所以 R 是參賽者 1 的最適回應。參賽者 2 在 $\{x_3\}$ 的最適策略很明顯是 r_2。由於在參賽者 1 的策略下, $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合不可能會走到, 因此參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 的策略並不影響到他自己的報酬。更由於從 $\{x_1, x_2\}$ 出發的這個子賽局, 在原先的策略無法走到, 所以參賽者 2 在此無法計算他在 x_1 或 x_2 的機率各是多少, 也因此無法計算在這個子賽局裡的策略報酬。因爲這個原因, 子賽局完全均衡不去檢定參賽者在這個子賽局的策略是否爲一個 Nash 均衡, 也因此參賽者 2 下 l_1 符合均衡的要求。

但問題是當參賽者 2 走到 $\{x_1, x_2\}$ 時, 他下 r_1 的報酬是 2, 而他下 l_1 的報酬是 1 或 0, 因此不論他在 x_1 或 x_2, r_1 一定會比 l_1 好。換言之, 在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合, 走的是 l_1 這個劣等策略。但只是因爲在參賽者 1 的策略下不可能走到 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合, 所以參賽者 2 無法用參賽者 1 的策略來計算他在 x_1 或 x_2 的機率。也因此子賽局完全均衡就不去檢查參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 策略的合理性。說得更清楚一點, 由於在參賽者 1 的策略下, 參賽者 2 根本無法計算他在 x_1 或 x_2 的機率是多少, 因此子賽局完全均衡碰到這個問題的處理方法, 是根本不

去處理; 結果, 子賽局完全均衡對參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 的策略, 完全沒有要求。這就是參賽者 2 會作一些違反理性選擇的原因。但是如果參賽者 2 真正在 $\{x_1, x_2\}$ 時, 他有可能會選 l_1 嗎? 不可能。因爲不論他在 x_1 或 x_2, 選 r_1 一定比較好。因此當參賽者 2 說他在 $\{x_1, x_2\}$ 要下 l_1 這個策略, 根本是不可信的 (incredible)。

很明顯的, 我們所需要的均衡概念, 是一個可以去設定一個走到的機率爲 0 的訊息集合裡, 各結點上的機率猜測的均衡。Kreps 和 Wilson定義序列均衡的出發點, 正是針對類似例 10.1 裡所產生的問題, 提出解決的方法。

10.2 貝氏完全均衡 (perfect Bayesian equilibrium)

在討論序列均衡之前, 我們先討論一個和它極爲類似, 但在定義上簡單得多的貝氏完全均衡。它最重要的一個看法, 是即使碰到猜測計算上的困難, 參賽者仍應該想辦法"製造"出一個對訊息集合內的結點的可能猜測。它認爲從一個較廣的角度來看, 一個"好" 的均衡概念, 不但需要參賽者說明在何處要做甚麼決定, 而且參賽者也時時要有一個自己在各個結點的機率猜測。在賽局進行到任何一個時點的時候, 每一個參賽者都要猜測他在不同結點的機率各是多少, 用以引導他們的策略選擇。這些猜測的來源, 應該由賽局原先的設定和參賽者所用的策略去計算出來。即使算不出來, 他也要想辦法去設定和製造。因此每一個參賽者的心裡, 不但要有一個策略存在, 還要有一個猜測 (belief), 告訴他在不同結點的機率各是多少。這樣一個策略加猜測的東西, 我們把它稱爲估算 (assessment)。

定義 10.1 參賽者 i 的一個估算 (assessment) 是他的策略加上猜測, 記爲 (σ_i, μ_i)。其中 σ_i 是他的策略, 而 μ_i 是一個定義在每一個 $h \in H$ 之上的機率密度函數。也就是說, 對每一個 $h \in H$ 和 $x \in h$, $\mu_i(x) \geq 0$, 且 $\sum_{x \in h} \mu_i(x) = 1$。在任何一個訊息集合 h 上, μ_i 所代表的意思是, 當賽局進行到 h 這個訊息集合裡時, i 認爲他在其中某一個點 $x \in h$ 的機率是 $\mu_i(x)$。

參賽者的猜測和策略之間當然必須有關聯性, 我們要求猜測必須是由賽局的原始設定參賽者的策略, 經由貝氏法則(Bayes rule) 去計算出來。更精確的說, 假設 h 是某一個訊息集合, 而 (σ, μ) 是一個估算, 且 $x \in h$。那麼當賽局進入 h 這個訊

息集合時, 在 (σ, μ) 這個估算下, 賽局現在正位於 x 點的機率就是

$$\mu(x) = \frac{\pi^{\rho,\sigma}(x)}{\pi^{\rho,\sigma}(h)}。 \tag{10.1}$$

上式的分母, 表示在先驗猜測 ρ 和策略組合 σ 之下, h 這個訊息集合走到的機率。而分子則代表 $x \in h$ 這個結點走到的機率。因此當參賽者身處 h 時, 他認爲自己在 x 點的機率, $\mu(x)$, 就等於 $\pi^{\rho,\sigma}(x)/\pi^{\rho,\sigma}(h)$。但是在 h 走到的機率是 0 的時候 (也就是說, 當 $\pi^{\rho,\sigma}(h) = 0$ 時), 由於分母爲 0, 貝氏法則無法使用, 因此 $\mu(x)$ 無法計算。這時猜測值應如何去設定呢 ? 貝氏完全均衡的作法, 是乾脆隨便去設定, 但它要求參賽者所用的策略, 必須是這個設定的最適回應。

定義 10.2 若一個估算 (σ^*, μ^*) 滿足

(1) 在可能情況下, μ^* 一定是從 σ^* 經由貝氏法則計算出來的;

(2) 若在某一個訊息集合 h 裡, μ^* 在 h 上的值無法從 σ^* 經 (10.1) 式去計算出來, 則 μ^* 在 h 上的值可以任意設定, 唯一的要求是 $\sum_{x \in h} \mu^*(h) = 1$;

(3) $u_{k(h)}(\sigma^*, \mu^*|h) \geq u_{k(h)}(\sigma^*_{-k(h)}, \sigma_{k(h)},\ \mu^*|h)$, $\forall \sigma_{k(h)}$, $\forall h$; 則我們稱 (σ^*, μ^*) 爲一個貝氏完全均衡 (perfect Bayesian equilibrium, PBE)。

貝氏完全均衡的定義, 其實相當合乎直覺。它要求參賽者的猜測必須從策略去計算出來, 這就是定義 10.2 的要求 (1)。如果算不出來 (也就是說, 在某個結點數目多於 1 的訊息集合 h 裡, $\pi^{\rho^*,\sigma^*}(h) = 0$), 那麼猜測可以隨意去設定。這時對任何 $x \in h$, $\mu^*(x)$ 的值可以任意設定, 只要 $\sum_{x \in h} \mu^*(x) = 1$ 就可以。這就是定義 10.2 的 (2) 所要求的。這個猜測, 我們也常把它叫做均衡外猜測 (out-of-equilibrium belief)。最後, 它要求在任何子賽局(不只是正子賽局)裡, 參賽者所用的策略, 必須是相對於 μ^* 這個猜測的最適回應。換句話說, 這時參賽者的策略, 就必須是在任何子賽局都是 Nash均衡, 而不像 SPE, 只要求在正子賽局裡是 Nash均衡而已。

我們現在要證明, 例 10.1 裡所列的那個不合理的子賽局完全均衡, 在 PBE的定義下並不是一個均衡。也就是說, 不論 μ 是什麼, 例 10.1 中的SPE策略都不可能和 μ 結合成一個 PBE: 假設 (σ^*, μ^*) 是一個 PBE, 其中 σ^* 是例 10.1 裡的策略。那麼很明顯的, $\mu_2^*(y) = \mu_1^*(y) = 1$, 且 $\mu_2^*(x_3) = \mu_1^*(x_3) = 1$。我們唯一要算

的, 是在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合, $\mu_2^*(x_1)$ 和 $\mu_2^*(x_2)$ 各應是多少。令 $\mu_2^*(x_2) = t$, $\mu_2^*(x_1) = 1-t$。由於在策略 σ^* 下, $\{x_1, x_2\}$ 走到的機率是零, 所以 μ_2^* 在 $\{x_1, x_2\}$ 上的值, 無法經由貝氏法則從 σ^* 計算出來。根據 PBE 的定義, t 的值可隨意設定。換言之, 任何一個 t, 只要 $0 \le t \le 1$ 都符合 PBE 要求。因此, 參賽者 2 走 l_1 的預期報酬是

$$u_2(\sigma^*, \mu^*|\{x_1, x_2\}) = (1-t) \cdot 1 + t \cdot 0 = 1 - t。$$

而他走 r_1 的預期報酬爲

$$u_2(\sigma^*, \mu^*|\{x_1, x_2\}) = (1-t) \cdot 2 + t \cdot 2 = 2。$$

無論 t 的值是多少, 2 都大於 $(1-t)$, 因此 l_1 絕對不會是參賽者 2 的最適回應。換言之, 在任何一個猜測下, 參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 的策略 $\sigma_2^*(x_1, x_2) = l_1$, 都和定義 10.2 的 (3) 式相矛盾。所以不論 μ^* 是多少, σ^* 都不可能是一個 PBE。

之所以會有這樣的結果, 原因非常明顯。給定參賽者 1 的策略, 參賽者 2 無法計算他在 x_1 和 x_2 的機率各是多少, 因此在子賽局完全均衡的定義下, 我們並不需要去檢查參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合的策略, 是否爲他的最適回應。但 PBE 則有進一步的要求。它要求參賽者 2 不管能不能計算他在 x_1 和 x_2 的機率是多少, 一定要對在 x_1 和 x_2 的可能性作一個猜測。更重要的是, 一旦有了一個猜測, 他在 $\{x_1, x_2\}$ 的策略, 一定要是相對於這個猜測的最適回應。但在例 10.1 裡, 由於 l_1 是對參賽者 2 而言的一個劣等策略, 因此不論 $\mu_2(x_1)$ 或 $\mu_2(x_2)$ 是多少, 他一定都要選擇 r_1, 才是對應於 $\mu_2(x_1)$ 的最適回應。也因爲如此, 例 10.1 裡的子賽局完全均衡就不可能成爲一個貝氏完全均衡。

但這個賽局的 PBE 是甚麼? 這還是可以用回溯法去計算。很明顯的, 在 x_3 這個結點, 參賽者 2 應該採 r_2。在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合, 假設參賽者 2 猜測自己在 x_1 的機率是 $\mu_2(x_1) = 1-t$, 而在 x_2 的機率是 $\mu_2(x_2) = t$, 其中 $0 \le t \le 1$。若參賽者 2 採 l_1, 那麼他的報酬是 $1 \cdot (1-t) + 0 \cdot t = 1 - t$, 若他採 r_1, 那麼他的報酬是 $2 \cdot (1-t) + 2 \cdot t = 2$。由於 $2 > 1 - t$, 因此不論 t 值爲多少, 參賽者 2 都一定會選擇 r_1。換言之, $\sigma_2^*(\{x_1, x_2\}) = r_1$。給定參賽者 2 的策略如此, 我們再往前看參賽者 1 在 y 點時, 他應該怎麼做。如果他採 L, 那麼由於他知道參賽者 2 接著會採 r_1, 此時他的報酬是 3。同理, 如果他採 M, 則他的報酬是 3。如果他採

R, 則他的報酬是 2。因此參賽者 1 的最適回應應該是 L 和 M 的混合策略。換言之, 這個賽局的 PBE 是一個估測 (σ^*, μ^*), 它讓: $\sigma_1^*(y) = (tL, (1-t)M)$, 其中 $0 \leq t \leq 1$。$\sigma_2^*(x_3) = r_2$, $\sigma_2^*(x_1, x_2) = r_1$。其所伴隨的猜測是 $\mu_1^*(y) = \mu_2^*(y) = 1$; $\mu_1^*(x_3) = \mu_2^*(x_3) = 1$, 而 $\mu_2^*(x_2) = 1 - t$, $\mu_2^*(x_1) = t$。要注意的是, 參賽者 2 對他位於 x_1 的猜測, 必須和參賽者 1 使用 L 的機率完全相同。下面我們用一個例子, 來實際說明 NE, SPE 和 PBE 之間的異同。

例 10.2 考慮圖 10.2 的賽局。這個賽局其實可以化爲如圖 10.3 的一般式賽局。

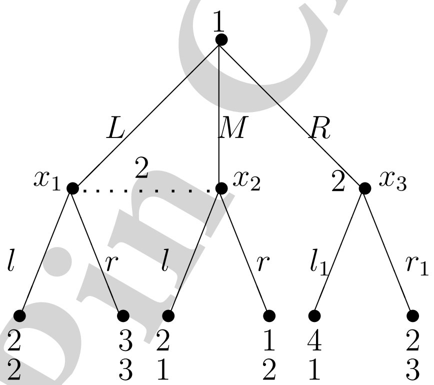

圖 10.2

	r_1l	r_1r	l_1l	l_1r
L	$2,2$	$3,3$	$2,2$	$3,3$
M	$2,1$	$1,2$	$2,1$	$1,2$
R	$2,3$	$2,3$	$4,1$	$4,1$

圖 10.3

由圖 10.3 我們可以很容易計算出賽局的 NE 爲 (1) $\sigma_1 = R, \sigma_2(\{x_1, x_2\}) = l$, $\sigma_2(x_3) = r_1$; (2) $\sigma_1 = L, \sigma_2(\{x_1, x_2\}) = r, \sigma_2(x_3) = r_1$; 及 (3) $\sigma_1 =$

$L, \sigma_2(\{x_1,\ x_2\}) = r,\ \sigma_2(x_3) = (sr_1 \oplus (1-s)l_1)$, 其中 $s \geq 1/2$。但在這些NE裡, (3) 不是 SPE, 因爲參賽者 2 在 x_3 的策略, 並不是由 x_3 出發的子賽局的 NE。因此只有 (1) 和 (2) 是 SPE。但 (1) 又不是一個 PBE。這是因爲由於對參賽者 2 而言, l 這個策略是在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合的劣等策略。因此不論 $\mu_2(x_1)$ 是多少, 都無法使 l 成爲參賽者 2 在 $\{x_1, x_2\}$ 的最適回應。由此可知, 賽局的唯一 PBE是 $\sigma_1 = L,\ \mu_2(x_1) = 1,\ \sigma_2(\{x_1, x_2\}) = r,\ \sigma_2(x_3) = r_1$。

10.3 序列均衡 (sequential equilibrium)

從定義 10.2 我們可以看出, PBE 的要求其實有點"駝鳥"。它要求當 μ^* 在某一訊息集合 h 上無法經由 σ^* 去計算時, 就隨便去設定 μ^* 在 h 上的值。序列均衡的要求, 則比 PBE 稍負責任一些。它要求某一個訊息集合若在均衡策略下走到的機率是零, 參賽者在這裡的猜測不能任意去設定, 而必須好像是原先的策略發生了一點錯誤而來。這句話的意思, 是說假設某一個參賽者有三個可用策略, L、M 和 R。如果他決定採 R, 那麼其實他會有一點點的機率犯錯而選擇 L 或 M。雖然他採 L 或 M 的機率很小, 但永遠大於零。換言之, 採 R 的這個策略應該看成是 $(\varepsilon_1 L, \varepsilon_2 M, (1-\varepsilon_1-\varepsilon_2)R)$ 這個策略, 在 ε_1 和 ε_2 趨近於零的一個極限。但這樣做有什麼意義? 它的意義, 是在這種設定下, 由於任何一個可用策略被採用的機率都是正的(即使可能性非常小), 因此任何訊息集合走到的機率也一定是正的。換言之, 沒有一個訊息集合走到的機率是零。正因爲如此, 所以 (10.1) 式的分母永遠不爲 0。這表示我們永遠不必去擔心猜測的設定問題, 因爲它永遠可以經由貝氏法則, 從參賽者的策略裡去計算出來。以下我們就將這個想法嚴格的定義出來。

定義 10.3 假設 σ_i 是參賽者 i 的策略, 且 $\sigma_i(a') > 0,\ \forall a' \in a(h),\ \forall h \in H$, 那麼 σ_i 叫做參賽者 i 的一個完全混合策略 (completely mixed strategy)。令 $\sum_i^o$ 是參賽者 i 的所有可能的完全混合策略的集合。令 $\sigma = (\sigma_1 \ldots \sigma_n)$, 且 $\sigma_i \in \sum_i^o,\ \forall i = 1 \ldots n$。$\sigma$ 稱爲一個完全混合策略組合。

在一個完全混合策略組合 σ 下, 任一個訊息集合 h 所走到的機率, $\pi^{\rho,\sigma}(h)$, 一定是正的。換言之, $\pi^{\rho,\sigma}(h) > 0,\ \forall h \in H$。因此給定任何一個估算 (σ, μ), 只要 σ 是完全混合策略組合, 那麼任何 $\mu(x)$ 一定都可以用 σ 經由貝氏法則 (10.1) 式去

計算出來。

定義 10.4 若一個估算 (σ^*, μ^*) 滿足下列條件, 則稱它是個序列均衡。

(1) $u_{k(h)}(\sigma^*, \mu^*|h) \geq u_{k(h)}(\sigma_{k(h)}, \sigma^*_{-k(h)}, \mu^*|h)$, $\forall \sigma_{k(h)} \in \sum_{k(h)}$, $\forall h \in H$。

(2) 存在 $\{(\sigma^t, \mu^t)\}_{t=1}^{\infty}$, 使得 $(\sigma^*, \mu^*) = \lim_{t\to\infty}(\sigma^t, \mu^t)$。其中每一個 σ^t 都是完全混合策略組合, 且 μ^t 是由 σ^t 經貝氏法則計算出來的。也就是說, 每一個 μ^t 和 σ^t 之間, 都必須滿足 (10.1) 式。

定義 10.4 的 (1) 式, 其實和定義 10.2 (3) 式相同。而它的 (2) 式強於定義 10.2 的 (1) 和 (2) 式。因此序列均衡是比貝氏完全均衡要求更嚴格的均衡概念。較粗淺的說, 它的意思其實是把序列均衡看成是一個所有的參賽者都使用完全混合策略的 PBE 的極限。換言之, 它是參賽者只使用完全混合策略, 但某些單純策略被使用的機率趨近於 0 時的策略。當然, 這個策略本身也必須滿足理性的要求 (即定義 10.4 中的 (1) 式)。同時, μ^* 永遠是經由 μ^t 和 σ^t 去繞道計算出來的, 且 σ^t 是完全混合策略組合, 因此 (10.1) 式的計算永遠不會發生分母爲 0 的問題。

有一點非常重要的, 是我們只要求 (σ^*, μ^*) 是 $\{(\sigma^t, \mu^t)\}_{t=1}^{\infty}$ 的極限, 但並沒有要求 (σ^t, μ^t) 滿足定義 10.4 的 (1) 式。這表示我們只把每個 $(\sigma^t,\ \mu^t)$ 看成是 (σ^*, μ^*) 的小小錯誤, 但不要求錯誤的本身滿足理性要求。也因爲如此, $\{(\sigma^t, \mu^t)\}_{t=1}^{\infty}$ 這個數列選擇的彈性是非常大的。另外一個值得注意的是, 由於 (σ^*, μ^*) 是 $\{(\sigma^t, \mu^t)\}_{t=1}^{\infty}$ 的極限, 因此 σ^* 並不需要是完全混合策略組合。

完全貝氏均衡和序列均衡的不同之處, 在於均衡外猜測的設定上。我們舉一個例子來說明。

例 10.3

在圖 10.4 的賽局裡, 令 $\rho(x_1) = \frac{1}{3}$, $\rho(x_2) = \frac{2}{3}$。參賽者 1 在 $\{x_1, x_2\}$ 這個訊息集合可以選擇 L 或 R。但是他不確定自己是在 x_1 或 x_2。參賽者 2 亦不知道參賽者 1 會由 x_1, x_2 中哪一點出發。假設有一個貝氏均衡策略 σ^*, 它要求參賽者 1 在 $\{x_1, x_2\}$ 採 L: $\sigma_1^*(\{x_1, x_2\}) = L$。這時, $\pi^{\rho,\sigma}(\{x_4, x_6\}) = 0$, 換言之, $\{x_4, x_6\}$ 是在參賽者 1 的策略下, 不會走進的一個訊息集合。因此參賽者 2 無法經由貝氏法則來計算它所對應的猜測 $\mu_2^*(x_4)$ 和 $\mu_2^*(x_6)$。在貝氏完全均衡的定義下, 參賽者 2 在

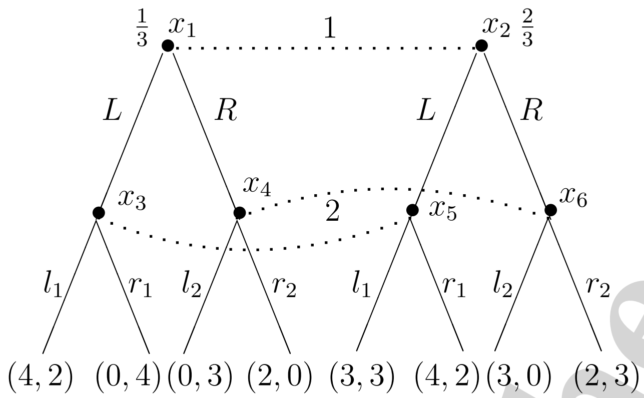

圖 10.4

$\{x_4, x_6\}$ 的猜測, $\mu_2(x_4)$ 和 $\mu_2(x_6)$, 可以是 0 到 1 中的任意數; 唯一的要求是參賽者 2 在 $\{x_4, x_6\}$ 的策略, 必須是相對於 $\mu_2(x_4)$ 和 $\mu_2(x_6)$ 的最適回應。但在序列均衡的定義下, 就沒有這麼大的自由度。因爲 $\sigma_1^*(\{x_1, x_2\}) = L$ 這個策略必須是某一策略數列的極限, 所以我們假設 $\sigma_1^t(L) = 1 - \varepsilon^t, \sigma_1^t(R) = \varepsilon^t, 0 < \varepsilon^t < 1 \ \forall t$, 且 $\lim_{t\to\infty} \varepsilon^t = 0$。在這個設定下, $\lim_{t\to\infty} \sigma_1^t = \sigma_1^*$。但這時

$$\mu_2^t(x_4) = \frac{\frac{1}{3}\varepsilon^t}{\frac{1}{3}\varepsilon^t + \frac{2}{3}\varepsilon^t} = \frac{1}{3}, \ \forall t \text{ 。}$$

所以 $\mu_2(x_4) = \lim_{t\to\infty} \mu_2^t(x_4) = 1/3$。換言之, 在序列均衡的設定下, 如果 $\sigma_1^*(L) = 1$, 那麼 $\mu_2^*(x_4)$ 非是 1/3 不可。換句話說, 如果 (σ^*, μ^*) 是一個PBE, 且 $\sigma_1^*(\{x_1, x_2\}) = L$, 那麼 $\mu_2^*(x_4)$ 可以設定爲 0 到 1 之間的任意數。但若它是一個序列均衡, 那麼 $\mu_2^*(x_4)$ 只有一個可能, 那就是 1/3。

由這個例子, 我們可以看出序列均衡與貝氏完全均衡的不同之處, 在於當某一訊息集合在策略下走到的機率是零時, 貝氏完全均衡可以隨意設定猜測, 而序列均衡則要求參賽者的猜測必須尊重賽局的訊息結構 (information structure)。由此可知序列均衡是較 PBE 嚴格, 但也較合理的均衡概念, 因爲它在猜測的設定上, 做了某些較 PBE 合理且較強的限制。但也因此讓它在計算上較爲繁雜。所幸這兩種均衡概念, 在一般的情形下, 是完全一樣的。這我們可以在下一個例子裡, 看得很清楚。

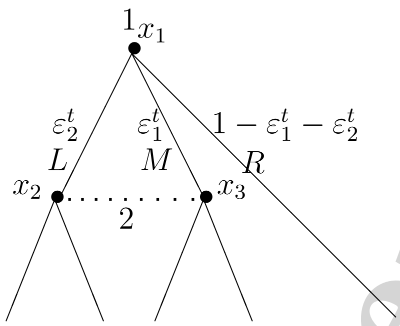

圖 10.5

例 10.4 考慮圖 10.5 的賽局。假設有一均衡策略，讓 $\sigma_1^*(x_1) = R$，因此 $\pi^{\rho,\sigma}(\{x_2, x_3\}) = 0$。由完全貝氏均衡的定義，$\mu_2^*(x_2)$ 可以爲任一個 0 和 1 之間的數。我們來看看在序列均衡的定義下，μ_2^* 是否有任何限制。令 $\sigma_1^t(R) = 1 - \varepsilon_1^t - \varepsilon_2^t$, $\sigma_1^t(M) = \varepsilon_1^t, \sigma_1^t(L) = \varepsilon_2^t$，且 $\lim_{t\to\infty} \varepsilon_1^t = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_2^t = 0$。則 $\sigma_1^t \to \sigma_1^*$，且

$$\mu_2^t(x_2) = \frac{\varepsilon_2^t}{\varepsilon_2^t + \varepsilon_1^t},$$
$$\mu_2^t(x_3) = \frac{\varepsilon_1^t}{\varepsilon_2^t + \varepsilon_1^t}\text{。}$$

對任意一個 $0 \leq s \leq 1$，我們如果讓 $\varepsilon_2^t = s\varepsilon_1^t/(1-s)$，那麼 $\mu_2^t(x_2) = s$，$\mu_2^t(x_3) = 1 - s$。換言之，我們可以用序列均衡的定義，去擠出我們所要的任何 s 值。也就是說，在這個例子裡，定義 10.4 的 (2) 式，對均衡外猜測 (out-of equilibrium belief) 事實上並無任何限制。這時的序列均衡和完全貝氏均衡，對均衡外猜測的限制其實是完全一樣的。原因在於，雖然序列均衡要求用一個數列去求逼近最後的均衡策略，但是在這個例子裡，這個數列本身的選擇其實可以是任意的。

例 10.4 的情形其實是一個常態。也就是說，在大部份的賽局裡，序列和完全貝氏均衡兩者之間其實並無差異，例 10.3 的情形才是一種特例。以下我們用一個例子來說明序列均衡的算法。

例 10.5 我們要找出圖 10.6 賽局的所有序列均衡。依然是用回溯法來計算。假設參賽者 2 在 $\{x_2, x_3\}$ 的猜測是 $\mu_2(x_2) = t, \mu_2(x_3) = 1 - t, 0 \leq t \leq 1$。因此參

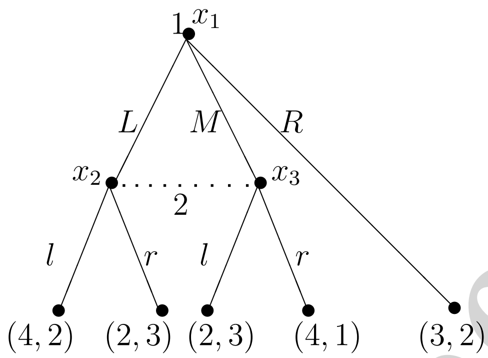

圖 10.6

賽者 2 採 l 的報酬是 $2\mu_2(x_2)+3\mu_2(x_3)=3-t$。他採 r 的報酬是 $3\mu_2(x_2)+1\mu_2(x_3)=1+2t$。所以當 $t<2/3$ 時, 參賽者 2 的最適回應是 l; 當 $t>2/3$ 時, 他的最適回應是 r; 當 $t=2/3$ 時, 他的最適回應是混合策略 $(sl,(1-s)r)$, $0\leq s\leq 1$。給定參賽者 2 上述的最適策略, 我們回溯求參賽者 1 的最適回應。

若 $t<2/3$, 那麼由於參賽者 2 會採 l, 因此參賽者 1 的最適回應是採 L。但若他採 L, 那麼 t 就是 1, 而不可能小於或等於 2/3。換言之, 並沒有一個使 $t<2/3$ 的序列均衡存在。若 $t>2/3$, 那麼由於參賽者 2 會採 r, 因此參賽者 1 的最適回應是採 M。但若如此, t 就應是 0, 而不會大於 2/3。換言之, 也沒有一個使 $t>2/3$ 的序列均衡存在。由此可知 t 值的唯一可能是 2/3, 而參賽者 2 採 $(sl,(1-s)r), 0\leq s\leq 1$。但讓 $t=2/3$ 的可能性有兩種。第一種是參賽者 1 的策略爲 $(2uL,uM,(1-3u)R)$, 而 $0<u\leq 1/3$。第二種是讓參賽者 1 採 R, 而參賽者 2 在均衡外訊息集合 $\{x_2,x_3\}$ 的猜測是 $t=2/3$。第一種, 由於參賽者 1 用正的機率去採 M 和 L, 因此他採 L 和 M 的預期報酬必須相同。這表示採 L 的預期報酬 $4s+2(1-s)$ 等於採 M 的預期報酬 $2s+4(1-s)$。由此可知 $s=1/2$, 而他的預期報酬值爲 3, 正好也和他用 R 的報酬相同。這時的均衡爲 $\sigma_1(x_1)=(2uL,uM,(1-3u)R)$, $0<\mu\leq 1/3$, $\mu_2(x_2)=2/3$, $\mu_2(x_3)=1/3$, $\sigma_2(\{x_2,x_3\})=(\frac{1}{2}l,\frac{1}{2}r)$。第二種均衡, 參賽者 1 採 L 和 M 的報酬小於或等於採 R 的報酬; 這表示 $4s+2(1-s)\leq 3$, 且 $2s+4(1-s)\leq 3$。這唯一的可能是 $s=1/2$。綜合二者, 可知這個賽局的均衡是:

$\sigma_1(x_1) = (2uL, uM, (1-3u)R), 0 \le u \le 1/3$; $\sigma_2(\{x_2, x_3\}) = (\frac{1}{2}l, \frac{1}{2}r)$ 且 $\mu_2(x_2) = 2/3$, $\mu_2(x_3) = 1/3$。

例 10.5 其實是一個較容易計算的賽局, 因爲參賽者 1 沒有使用混合策略的可能。在一般情形下, 參賽者 1 會有使用混合策略的可能。接下來我們就用一個較一般的例子來計算說明。

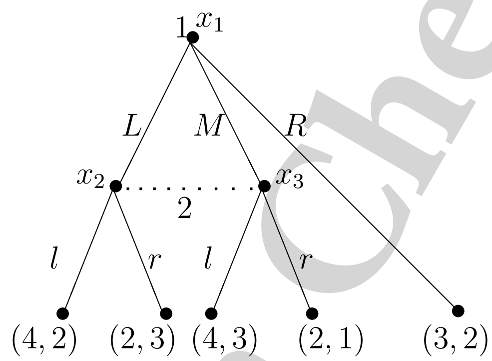

圖 10.7

例 10.6 我們要找出圖 10.7 的所有序列均衡。假設參賽者 2 在 $\{x_2, x_3\}$ 的猜測是 $\mu_2(x_2) = t$, $\mu_3(x_3) = 1 - t$。則他選擇 l 時獲得的預期報酬是 $2t + 3(1-t) = 3 - t$, 而選擇 r 的預期報酬是 $3t + 1 - t = 1 + 2t$。因此, 當 $t < 2/3$ 時, 參賽者 2 會走 l, 而 $t > 2/3$ 時, 參賽者 2 會走 r。當 $t = 2/3$ 時, 由於 l 和 r 兩者報酬相同, 因此他使用混合策略 $(vl, (1-v)r)$, $0 \le v \le 1$。我們將討論分成兩部份, 而其重點在於參賽者 1 是否會用 100% 的機率走 R。因爲只有參賽者 1 用 100% 的機率走 R 時, 參賽者 2 才會需要在 $\{x_2, x_3\}$ 自己去設定猜測, 在其他情形下只要用貝氏法則去計算就可以了。

(1) 參賽者 1 假如未用 100% 的機率走 R, 則假設參賽者 1 在 x_1點上的的策略是 $\sigma_1(x_1) = (s_1L, s_2M, (1-s_1-s_2)R)$, 其中 $s_1 + s_2 > 0$。若 $s_1 < 2s_2$, 則 $\mu_2(x_2) < 2/3$, 所以參賽者 2 的最適回應是走 l。這時參賽者 1 的報酬是 $4s_1 + 4s_2 + 3(1-s_1-s_2) = 3 + s_1 + s_2$, 而且這個值大於走 R 的報酬 3。因此讓 $s_1 + s_2 = 1$ 會使參賽者 *1* 的報酬最大, 而且是一個均衡。它對應的均衡

是 $\sigma_1(x_1)=(sL,(1-s)M),\ s<2/3,\ \mu_2(\{x_2\})<2/3, \sigma_2(\{x_2,x_3\})=l$。若 $s_1>2s_2$, 則 $\mu_2(x_2)>2/3$, 所以參賽者 2 的最適回應是走 r。這時參賽者 1 的報酬是 $2s_1+2s_2+3(1-s_1-s_2)=1-(s_1+s_2)$。當 $s_1+s_2=0$ 時, 參賽者 1 的報酬最大。但這表示他應該用 100% 的機率走 R, 這和假設不合。因此並不存在使 $s_1>2s_2$ 的均衡。若 $s_1=2s_2$, 則參賽者 2 的最適回應爲 $(vl,(1-v)r), 0\le v\le 1$。這時由於參賽者 1 用正的機率去走 L, M, 和 R, 因此是他走 L, M 和 R 的報酬必須相等。參賽者 1 走 L 的報酬是 $4v+2(1-v)$, 走 M 的報酬是 $4v+2(1-v)$, 而走 R 的報酬是 3。讓三者相等的可能性只有一個, 那是讓 $v=1/2$。這個情形下的均衡是 $\sigma_1(x_1)=(2sL,sM,(1-3s)R),\ 0<s\le 1/3, \mu_2(x_2)=2/3,\ \mu_2(x_3)=1/3,\ \sigma_2(\{x_2,x_3\})=(\frac{1}{2}l,\frac{1}{2}r)$。

(2) 假如參賽者 1 用 100% 的機率走 R, 那麼參賽者 2 便需要預測自己在 $\{x_2,x_3\}$ 的訊息集合下會做什麼決定。當 $t<2/3$ 時, 參賽者 2 應走 l。但在 $t<2/3$ 的設定下, 參賽者 1 悖離到 L 或 M 的報酬 4 會大於走 R 的報酬 3, 因此選擇 R 不是參賽者 1 的最適回應。換言之, 不存在 $t<2/3$ 且 $\sigma_1(x_1)=R$ 的均衡。當 $t>2/3$ 時, 參賽者 2 會走 r, 因此參賽者 1 走 R 的報酬 3 大於在 L 或 M 的報酬 2, 表示 R 的確是他的最適回應。這表示 $\sigma_1(x_1)=R, \sigma_2(\{x_2,x_3\})=r,\ \mu_2(x_2)=t,\ t>2/3$, 且 $\mu_2(x_3)=1-t$ 是一組序列均衡。當 $t=2/3$ 時, 參賽者 2 會採用混合策略 $(sl,(1-s)r)$, 所以參賽者 1 走 L 的預期報酬是 $4s+2(1-s)=2+2s$。他走 M 的預期報酬也是 $2+2s$, 由於走 R 必須是參賽者 1 的最適回應, 因此, $2+2s\le 3$。換言之, $s\le 1/2$。由此可得, $\sigma_1(x_1)=R,\ \sigma_2(\{x_2,x_3\})=(sl,(1-s)r),\ 0\le s\le 1/2, \mu(x_2)=2/3,\ \mu(x_3)=1/3$, 也是一組序列均衡。綜合上面所有的計算, 這個賽局所有的均衡爲:

(1) $\sigma_1(x_1)=(sL,(1-s)M),\ s\le 2/3,\ \mu_2(x_2)\le 2/3,$
$\sigma_2(\{x_2,x_3\})=(vl,(1-v)r),\ 1\ge v\ge 1/2$。

(2) $\sigma_1(x_1)=(2sL,sM,(1-3s)R),\ 0<s\le 1/3,\ \mu_2(x_2)=2/3,$
$\sigma_2(\{x_2,x_3\})=(\frac{1}{2}l,\frac{1}{2}r)$。

(3) $\sigma_1(x_1)=R,\ \sigma_2(\{x_2,x_3\})=r,\ \mu_2(x_2)=t,\ t>2/3$ 。

(4) $\sigma_1(x_1) = R$, $\sigma_2(\{x_2, x_3\}) = (sl, (1-s)r)$, $0 \leq s \leq 1/2$, $\mu_2(x_2) = 2/3$, $\mu_2(x_3) = 1/3$。

10.4 序列均衡的應用 – 訴訟 (litigation)

在這一節裡, 我們考慮序列均衡在訴訟談判上的應用。我們之所以選擇訴訟談判來當作例子, 一方面是因爲它是相當具有代表性的模型, 另一方面是讀者可以由這個模型中, 學到一些求解均衡的基本技巧。訴訟是一個非常適合用賽局及個體理論來研究的領域。舉凡現代個體及賽局理論的重要研究主題, 像訊息不對稱 (informational asymmetry), 訊息揭露 (information revelation) 及談判問題, 都可以在訴訟過程中自然的出現。例如, 一件民事訴訟裡, 原告和被告通常擁有不同的私有訊息, 這是典型的訊息不對稱。兩造在和解或法庭訴訟的過程裡, 也會經由和解談判或庭上證據的提出而透露出私有訊息。這是典型的訊息揭露的過程。他們之間的和解談判, 又是一個典型的談判過程。由此就可預期賽局理論必然成爲分析訴訟過程的一項利器。我們以下將討論一個相當簡化, 但已包括上述所有特徵的訟訴模型。

假設有一件人爲的意外事件發生, 受損害者決定對肇事者提出賠償要求。令 P 代表事件的原告, D 代表被告。被告所應負擔的責任由 q 和 w 兩個因素決定。其中 w 是被告對原告所造成的傷害, 且原告和被告雙方都知道 w 的值。q 是被告應負擔責任的比例。因此被告在這個事件中, 所應負擔和賠償的金額爲 $q \cdot w$。我們假設 q 的值是被告的私有訊息。訴訟的程序如下: 原告先提出一個和解要求金額 s, 如果被告接受這個金額, 則他付給原告 s 的賠償金, 這即是庭外和解。但如果被告拒絕這個提議, 那麼原告可以選擇是否興訟。假使原告認爲自己勝訴的機會很低, 那麼他可以放棄訴訟。這時各自的報酬爲零。如果原告決定要上法庭解決, 那麼假設 q 的值會在法庭上被揭露出來。這時被告必須賠償原告 $q \cdot w$ 的金額。假設各自必須負擔訴訟成本是 C_p 和 C_d。因此原告實際上的報酬是 $qw - C_p$, 而被告實際上的報酬是 $-qw - C_d$; 其中 C_p 和 C_d 是原告和被告的各自的訴訟成本。這個訴訟程序的樹狀賽局出自 Nalebuff (1987), 它的樹狀圖如圖 10.8。

我們想知道這個賽局的序列均衡是什麼。假設

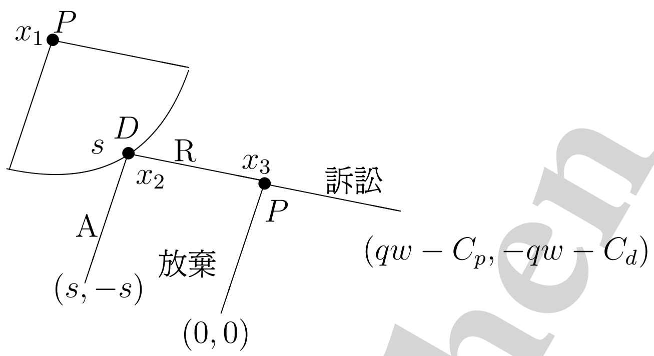

圖 10.8

A1 q 的值是在 $[0, \bar{q}]$ 之間的均等分配, 它的密度函數是 $f(q)$。

A2 對原告來說, 這個官司是值得打的, 即 $E(q)w > C_p$。

A1 的功能, 只是簡化模型的計算。**A2** 的目的, 是讓我們的問題有意義。因爲如果 $E(q)w < C_p$, 那麼原告由訴訟所得到的預期利潤甚至不如訴訟成本, 因此不可能提告訴。

我們用回溯法來求均衡。先看自點 x_3 以下的子賽局。給定原告的提議 s 已經爲被告所拒絕, 那麼原告在 x_3 點是否會繼續打官司, 取決於他打官司的預期收入 $E(q|s$ 被拒絕$) \cdot w$ 和成本 C_p 的相對大小。($E(q|s$ 被拒絕$)$ 代表 s 被拒絕的情形下, q 的條件期望值。若 $E(q|s$ 被拒絕$) \cdot w - C_p > 0$, 則官司值得打。反之則不值得打。假設 $\alpha(s)$ 是原告在 x_3 點會選擇打官司的機率, 則他的最適策略爲

$$\begin{cases} \text{如果} E(q|s \text{ 被拒絕}) \cdot w > C_p, \text{ 則 } \alpha(s) = 1; \\ \text{如果} E(q|s \text{ 被拒絕}) \cdot w < C_p, \text{ 則 } \alpha(s) = 0; \\ \text{如果} E(q|s \text{ 被拒絕}) \cdot w = C_p, \text{ 則用 } \alpha(s) \in [0,\ 1]\text{。} \end{cases}$$

值得注意的是,$E(q|s$ 被拒絕$)$ 值的大小, 是和當初原告的提議相關的。例如假設原告當初提議的 s 值很小, 那麼如果被告還拒絕, 表示 q 的眞值一定非常小, 否則被告不會冒上法庭的風險 (若上法庭, 被告要付 C_d 的訴訟成本) 去拒絕一個這

麼友善的和解要求。因此 s 的值愈小,$E(q|s$ 被拒絕$)$ 的值就愈小。反之若當初 s 相當大, 則 s 被拒絕並不會揭露很多有關 q 的眞值的訊息。換言之, $E(q|s$ 被拒絕$)$ 和 $E(q)$ 會很近。總而言之, $E(q|s$ 被拒絕$)$ 的值, 必須由被告在 x_2 的選擇來推算。

被告在 x_2 決定是否接受提議 s 時, 他必須比較 s 與 $\alpha(s)(qw + C_d)$ 的相對大小。如果前者較小, 那麼被告應接受和解要求, 如果前者較大, 那麼他應該拒絕。令 $q(s) = (\frac{s}{\alpha(s)} - C_d)/w$。$q(s)$ 是剛好讓 s 和 $\alpha(s)(qw + C_d)$ 相等的 q 值, 因此它是責任值 q 的分界點。如果 $q > q(s)$, 被告應該要接受 s 這個提議。如果被告的責任值 $q < q(s)$, 他應會拒絕。由上述的推理, 我們可以用貝氏法則來計算, 當 s 被拒絕時, 原告對被告責任值 q 的事後猜測 (posterior) 爲

$$E(q|s \text{ 被拒絕}) = \int_0^{q(s)} \frac{xf(x)}{F(q(s))}dx。$$

根據這個值, 原告在 x_3 的選擇, 是計算 $\int_0^{q(s)} \frac{xf(x)}{F(q(s))}dx \cdot w - C_p$ 是否爲正數。若上式爲正, 則預期利潤 $\int_0^{q(s)} \frac{xf(x)}{F(q(s))}dx \cdot w$ 大於訴訟成本 C_p, 因此他會願意打官司, 否則他會放棄。由於 $\int_0^{q(s)} \frac{xf(x)}{F(q(s))}dx \cdot w$ 是 $q(s)$ 的遞增函數, 因此 $q(s)$ 越大, 預期利潤也就越大。由 **A2** 我們知道, 當 q 等於 $\overline{q}$ 時, 前者大於後者。這表示必然存在一個 $q(s)$ 的分界值 q^*, 讓原告打官司或不打官司的報酬相同。換言之, q^* 剛好讓

$$\int_0^{q^*} \frac{xf(x)}{F(q^*)}dx \cdot w = C_p。$$

在 $f(x)$ 爲均等分布的假設下, $q^* = 2C_p/w$。若 $q(s) = q^*$, 則原告接受 s 和打官司的收益完全相同。若 $q(s) > q^*$, 則由於 $E(q|s$ 被拒絕$) \cdot w > C_p$, 因此原告在 s 被拒絕後應打官司。若 $q(s) < q^*$, 則由於 $E(q|s$ 被拒絕$) \cdot w < C_p$, 原告在 s 被拒絕之後會放棄。因此

$$\begin{cases} \text{若} q(s) > q^*, \text{ 則 } \alpha(s) = 1; \\ \text{若} q(s) < q^*, \text{ 則 } \alpha(s) = 0; \\ \text{若} q(s) = q^*, \text{ 則 } \alpha(s) \in [0, 1]。\end{cases} \tag{10.2}$$

由此我們可得到下列命題:

命題 10.1 假設 $s > C_d$, 那麼自 x_2 點出發的子賽局的唯一序列均衡是:
(1) 若原告的和解要求值 $s > C_d + q^*w$, 則所有 q 值大於或等於 $(s - C_d)/w$ 的被告會接受 s, 而所有 q 值小於 $(s - C_d)/w$ 者會拒絕, 且如果 s 被拒絕, 則原告的最適策略是 $\alpha(s) = 1$。(2) 若 $s \leq C_d + q^*w$, 則 q 值大於或等於 q^* 的被告會接受 s, 而所有 q 值小於 q^* 者會拒絕, 且 $\alpha(s) = \frac{s}{q^*w+C_d} \in [0, 1]$。

這個命題的意思是說, 如果被拒絕的和解提議 s 大於 $C_d + q^*w$, 那麼只有責任值 q 大於 $(s^* - C_d)/w$ 的被告會被接受。而且, 一旦 s 被拒絕, 原告一定會告下去。如果被告拒絕的提議 s 小於或等於 $C_d + q^*w$, 那麼只有 q 值大於 q^* 的被告會接受。而且一旦 s 被拒絕, 原告會用 $s/(C_d + q^*w)$ 的機率告下去。

證明: 若 $s > C_d + q^*w$, 則由於 $\alpha(s)$ 的值一定小於或等於 1, 因此 $q(s) = (\frac{s}{\alpha(s)} - C_d)/w > (\frac{C_d+q^*w}{1} - C_d)/w > q^*$。根據原告的最適反應 (10.2) 式, 原告應讓 $\alpha(s) = 1$。因此 $q(s) = (\frac{s}{\alpha(s)} - C_d)/w = (s - C_d)/w$。由此可知 q 值大於或等於 $(s - C_d)/w$ 的被告會接受 s, 而小於 $(s - C_d)/w$ 者會拒絕。

若 $s \leq C_d + q^*w$, 且 $q(s) = (\frac{s}{\alpha(s)} - C_d)/w < q^*$, 則根據 (10.2) 式, $\alpha(s) = 0$。但如此一來, 上式左邊不可能比右邊小, 因此不存在讓上式成立的均衡。

若 $s \leq C_d + q^*w$, 且 $(\frac{s}{\alpha(s)} - C_d)/w = q^*$, 那麼 $\alpha(s) = \frac{s}{q^*w+C_d}$。由於 $s \leq C_d + q^*w$, 因此 $\alpha(s) \leq 1$。而 $q(s)$ 的值則正好就是 q^*。這表示 q 值大於或等於 q^* 的被告會接受 s, 而 q 值小於 q^* 者會拒絕。而在 s 被拒絕後, 原告用 $\alpha(s) = s/(q^*w + C_d)$ 的機率打官司。♠

當命題 10.1 的條件不成立, 換言之, 當原告的和解要求 $s \leq C_d$ 時, 會有其他許多的均衡產生。這是因爲由命題 10.1 的 (2), 我們知道 $s \leq C_d$ 代表的是 $q^* = 0$, 換言之, 所有原告都應接受 s。但這表示一旦這樣的和解要求被拒絕, 原告就是走進一個在策略下走到的機率爲 0 的訊息集合。由於序列均衡在此對於原告的猜測沒有作限制, 因此這時 q 可以爲 $[0, 1]$ 裡的任何值。換言之, 這時原告不論相信被告的責任是多少, 都不違反均衡要求。但如果原告用先驗猜測 $f(q)$ 當做對 q 值得均衡外猜測, 由 **A2** 可知, 這時他會繼續告下去。所以原告提出一個小於 C_d 的和解要求 s, 而被告同意這個要求, 且若被告拒絕 s, 那麼原告告下去的這組策略, 也是一個序列均衡。但在現實上, 原告的和解要求已小於 C_d 但在受拒後又告到底的均衡, 通常不太有意義。因此我們做一個比 **A2** 強的假設來排除這一類

均衡:

A3 $E(q)w > C_p + C_d$。

在這個假設之下, 提任何 $s \leq C_d$ 的和解要求, 都不是原告的最適反應, 因爲一定都不如提 $s = \bar{q}w + C_d$ 的預期報酬來得大。原因如下: 由於只要 $s \leq C_d$ 都會被接受, 因此提 $s = C_d$ 比提任何的 $s < C_d$ 都好, 這時原告的收益是 C_d。而若提 $s = \bar{q}w + C_d$, 那麼由於 $\bar{q}w + C_d$ 已是被告可能付出值得上限, 因此事實上所有的被告都會拒絕, 而拒絕後即使原告百分之百告下去, 那麼他的預期利潤都還有 $E(q|s = \bar{q}w + C_d$ 被拒絕$) \cdot w - C_p = E(q)w - C_p$。由 **A3** 可知 $E(q)w - C_p > C_d$, 因此提 $s = \bar{q}w + C_d$ 比提 $s = C_d$ 好。但提 $s = C_d$ 又比任何的 $s < C_d$ 好。因此在 **A3** 的假設下, 提 $s \leq C_d$ 一定不是均衡。所以我們可以完全不考慮 $s \leq C_d$ 的情形。

接下來我們想要知道的是, 給定命題 10.1 的均衡, 原告在 x_1 的最適和解要求 s^* 會是多少。也許讀者會認爲, s 不是提得越大越好, 因爲如果被告萬一接受了, 可以大賺一筆嗎? 事實不然。當 s 非常大時, 幾乎所有的被告都會拒絕 s。而當 s 被拒絕後, 原告對被告的 q 值, 卻沒有增加任何了解, 因爲所有的被告都會拒絕 s。換言之, 提一個很大的 s 一方面不太可能被接受, 另一方面對被告的 q 的可能值, 在 s 被拒絕後也沒有增加任何了解, 所以根本是作白工。但若 s 很小, 那麼一旦 s 被拒絕, 原告馬上對眞實的 q 值就可以有很精確的預測。因爲他知道 q 的值一定很小。也由於如此, 才會讓原告不在 s 被拒絕後, 亂告下去浪費自己的訴訟成本。因此 s 的值是兩種考慮的權衡。一方面大一點的 s 可以增加如果 s 被接受時的報酬。但另一方面小一點的 s 可以使原告在 s 被拒絕時, 對 q 的值有較精確的估計。簡言之, 原告是用較小的 s 值去換取萬一被拒絕後, 所揭露出來的 q 值可能性的較大精確度。

當原告提議的和解要求是 s 時, 他的預期報酬是

$$
\begin{aligned}
V(s) = {} & s(1 - F(q(s))) + F(q(s))(1 - \alpha(s)) \cdot 0 \\
& + F(q(s))\alpha(s)[-C_p + \int_0^{q(s)} (qf(q)/F(q(s)))wdq]。
\end{aligned}
$$

上式的第一項, 代表被告接受和解時原告的報酬。第二項代表被告拒絕和解, 而原

告決定不告下去的報酬。第三項是被告拒絕和解, 而原告繼續告下去的預期報酬。由命題 10.1 我們很清楚的看出, 只要 $s \leq C_d + q^* w$, 那麼 q 值在 q^* 以下的人都會拒絕 s。但由 q^* 的定義, 我們知道這時上式的第三項是 0, 且第一項 $s(1 - F(q(s)))$, 是 s 的遞增函數。換言之, 只要 $s \leq C_d + q^* w$, 那麼 $V(s)$ 是 s 的遞增函數。這表示均衡的和解要求值, s^*, 一定大於或等於 $C_d + q^* w$。因此我們只要把注意力放在大於或等於 $C_d + q^* w$ 的和解要求上就可以。但再由命題 10.1 可知這時只有 q 值大於或等於 $(s - C_d)/w$ 的被告才會接受 s, 且 $\alpha(s) = 1$。所以 $V(s)$ 可改寫爲

$$
\begin{aligned}
V(s) &= s(1 - F(\frac{s - C_d}{w})) + F(\frac{s - C_d}{w})[-C_p + \int_0^{\frac{s-C_d}{w}} \frac{qf(q)}{F(\frac{s-C_d}{w})} wdq] \\
&= s(1 - \frac{s - C_d}{\bar{q}w}) - \frac{s - C_d}{\bar{q}w} C_p + \frac{1}{2} \frac{(s - C_d)^2}{\bar{q}w}。
\end{aligned}
$$

$V(s)$ 在 $s = \bar{q}w - C_p$ 時有極大值。但我們已知 $V(s)$ 在 $s \leq C_d + q^* w = C_d + 2C_p$ 前是遞增的。因此, 若 $\bar{q}w - C_p \leq C_d + 2C_p$(亦即 $\bar{q}w \geq C_d + 3C_p$ 如同圖 10.9 的曲線 I), 則最適的 s 值爲 $s^* = C_d + q^* w = C_d + 2C_p$。若 $\bar{q}w - C_p > C_d + 2C_p$ (如同圖 10.9 的曲線 II), 則最適 s 值爲 $s^* = \bar{q}w - C_p$。此時 q 值在 $\frac{s^* - C_d}{w} = (\bar{q}w - C_p - C_d)/w$ 以上的被告接受 s^*, 否則拒絕。

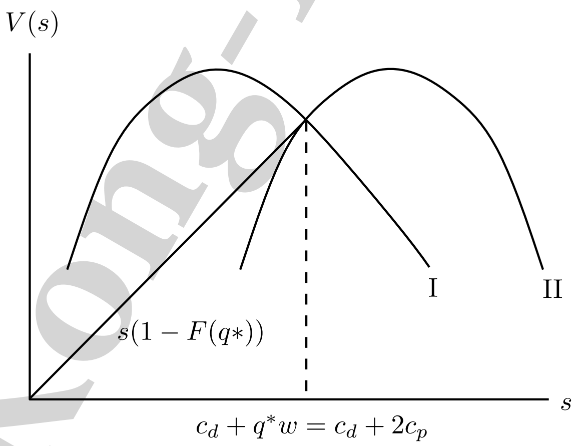

圖 10.9

定理 10.1 在 **A1**–**A3** 的假設下, 整個訴訟賽局唯一的均衡是: 若 $\bar{q}w \le C_d + 3C_p$, 則原告提出 $s^* = C_d + q^*w$ 的和解金額。這時 q 值大於 q^* 的被告會接受, 否則拒絕。若 $\bar{q}w > C_d + 3C_p$, 則原告提出 $\bar{q}w - C_p$ 的和解要求。這時 q 值大於 $(\bar{q}w - C_p - C_d)/w$ 的被告會接受, 否則拒絕。若 s^* 被拒絕, 則不論 s^* 值為多少, 原告必然打官司。

定理 10.1 告訴我們, 原告所提的和解金額, 是兩種考慮相權的結果。一是和解金額的大小, 一是它被接受的機率。前者越大, 後者必然越小。同時, 一個和解金額提出後, 必然將被告切分爲兩部份。責任值 (q) 較大的被告會選擇接受, 而較小者選擇拒絕。原告就根據這個來計算他如果受拒, 值不值得再告下去。當然, 一旦告下去, 就等於是花錢 (C_p) 去買一張報酬不定 (且可正可負) 的彩卷。由定理 10.1 的結果, 我們也可以預測一些訴訟結果的性質。比如說, 當被告的訴訟成本或原告所受的損害 (w) 越大時, 原告所提的和解金額就會越大。我們也可以很容易看出, 當損害值越大, 或原告的訴訟成本越高時, 和解的機率越高。

由這個訴訟的例子我們可以稍微了解, 即使是很簡單的賽局, 求解也非常不容易。不但如此, 通常我們還要加入一些假設, 才能得到唯一的均衡。但是一旦我們把均衡解出來, 就可以很容易地去解釋和研究均衡的特性。

在訴訟模型裡, 我們可以研究各個參數—諸如訴訟成本、損害大小、不確定的程度等等因素—對均衡的影響, 以便了解訴訟制度本身的利弊。這種分析方式, 即是近年來相當受矚目的法律經濟學的一個重要部份。它主要是利用經濟分析的方法, 來比較各種法律制度和規則, 並研究這些制度的異同及效率性。實際上, 很多法律制度和慣例, 若由經濟的角度來看, 我們會很驚喜的發現, 這些制度常常與經濟原則不謀而合。比如說契約法、訴訟法或破產法中的一些制度, 若仔細去分析, 常常會發現它們的背後其實有效率性的考量。而在商事法或民事訴訟法裡, 由於當事人兩方的行爲大部份就是經濟行爲, 所以從經濟學的角度來分析是相當恰當的。只是經濟學裡我們最注重的是效率 (efficiency), 而通常沒有注意到公平性。因此有時最有效率的制度卻不一定是公平的。但反過來說, 如果一個制度沒有效率, 那麼不論它是否公平, 它都可能不是一個好的制度, 因爲我們這時可以用另外一個制度來增加某些人的福利, 卻不會因此而損及其他人的福利。所以分析一個制度的效率性, 依然不失爲一種判別制度優劣的方法。

10.5 結論

如我們一再強調的, 賽局理論最大的威力來自於它的應用性。但它事實上在應用上仍有諸般限制。首先是計算上常常相當複雜, 這尤以賽局本身有不完全訊息時爲然。一般而言, 我們只能處理一些非常簡單的模型。當參賽者的可用策略的數目較大, 或賽局的期數較多時, 通常計算會變得幾乎不可能。更麻煩的是, 求解均衡並沒有一個制式的方法。我們常常要先去把均衡猜出來, 然後再回頭去驗證我們的猜測的確是均衡。因此要熟悉求解均衡的技巧, 必須要經過一些演練。

第二個缺點, 是均衡的數目通常非常多, 而這些均衡的性質常常不同, 甚至相反, 所以往往會遇到一些解釋上的困難。(例如在上面的許諾例子裡, 原告要求一個任何小於 C_d 的和解條件, 且若受拒後就告到底也是一個序列均衡。) 我們當然可以在這眾多的均衡裡, 作主觀的判斷去挑出我們認爲“合理”的或“合乎直覺”的均衡解來討論 (例如我們就用 **A3** 把另一個均衡排除), 但這是完全沒有客觀標準的。一般的補救方法, 是加強均衡條件的限制力, 要求一個均衡不但要滿足序列均衡的限制, 同時也要滿足一些更強的條件。這就是文獻中所謂的均衡修正 (equilibrium refinement) 的工作。關於這一點, 我們會在十二章裡作一些討論。

習題

10.1 算出圖 10.10 所有的 Nash均衡, 子賽局完全均衡, 貝氏完全均衡及序列均衡。

10.2 找出圖 10.4 的所有貝氏完全均衡和序列均衡。它們之間有什麼不同? 爲什麼?

10.3 分別計算圖 10.11 的貝氏完全及序列均衡, 並比較它們的差別。

10.4 某甲因車禍所受到的傷害 (其值爲 $d > 0$) 向某乙提出告訴。後者在這件事故中可能無過失或有過失, 但只有他自己知道。假設甲對乙有過失的先驗猜測是 $p > 0$ (p 值是甲乙之間所共知)。現甲先向乙提出一個和解金額 S, 由乙決定是否接受。若接受, 則甲、乙各自的報酬爲 S 及 $-S$。若不接受, 則上法庭打官司。乙是否有過失責任, 會在偵訊過程中揭露出來。若他有責任,

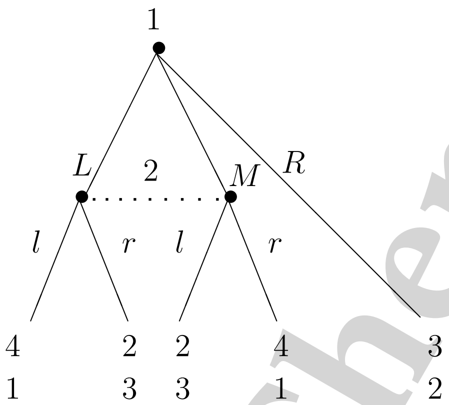

圖10.10

則甲乙的報酬各是 $d - C_p$ 和 $-d - C_d$, 其中 C_p 和 C_d 各是甲乙的訴訟成本。若無責任, 則各自報酬爲 $-C_p$ 及 $-C_d$。畫出訴訟過程的樹狀圖, 並求解其序列均衡 (必須注意甲在碰到乙於均衡下不可能做的事情時, 他的猜測的設定)。現若敗方必須替對方負擔訴訟成本 (換言之, 若乙有責任, 則甲、乙的報酬各爲 d 和 $-d - C_p - C_d$。若無責任, 則各爲 $-C_p - C_d$ 和 0), 則均衡有何改變?

10.5 考慮一個總統制的國家。假設政策空間是 $[0, 1]$。把議會看成是一個單一個體, 而他的最偏好政策位置在 x, 但現有政策在 s, 其中 $0 < x < s < 1$。總統的最偏好政策位置在 t, 且 t 的眞正落點只有總統自己知道。議會的猜測是 t 在 $[0, 1]$ 之間均等分布。現議會對總統提出一個政策 p。如果總統接受這個政策, 那麼政策即由 s 改變爲 p。此時總統和議會的效用爲 $-(t-p)^2$ 和 $-(p-x)^2$。若總統否決這個政策提案, 則政策仍舊沿用現有政策 s。此時各自的效用爲 $-(t-s)^2$ 及 $-(x-s)^2$。求解這個談判問題的序列均衡並解釋你的結果。

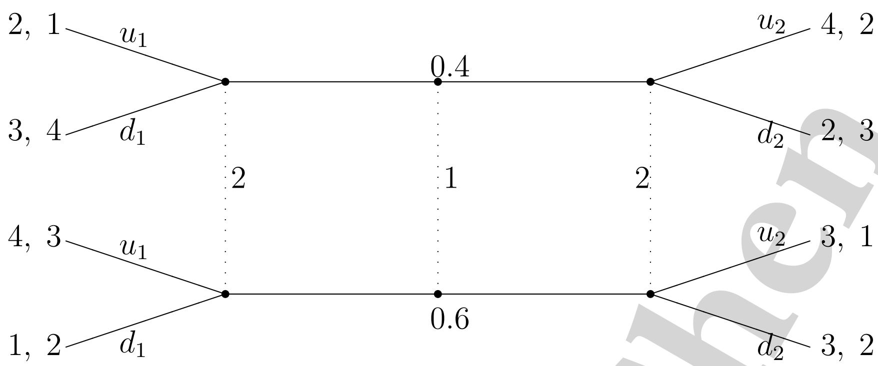

圖10.11

參考書目

Chen, K. -P., H. Chien and C. Chu 1997. "Sequential vs. Unitary Trials with Asymmetric Information." *Journal of Legal Studies*, 26, 239-58.

Krep, D. and R. Wilson 1986. "Sequential Equilibria." *Econometrica*, 50, 863-94.

Nalebuff, B. 1987. "Credible Pretrial Negotiation." *RAND Journal of Economics*, 18, 198-210.